

∞ Brevet des collèges Besançon juin 1975 ∞

I.

Soit f et g deux applications numériques définies sur \mathbf{R} par

$$\begin{aligned} f(x) &= -2x^2 + 2x + \left[\left(2x - \frac{3}{2}\right)^2 - \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 \right] \\ g(x) &= (x^2 - 2x + 1) + (x - 1)(x - 2) \end{aligned}$$

1. Écrire $f(x)$ et $g(x)$ sous forme de produit de facteurs du premier degré.
2. Résoudre l'équation $f(x) = g(x)$ dans \mathbf{R} .
3. Soit la fonction rationnelle h définie par

$$h(x) = \frac{g(x)}{(x-1)(x-2)}.$$

Préciser son domaine de définition et simplifier l'expression de $h(x)$ sur cet ensemble.

4. Sachant que $1,414 < \sqrt{2} < 1,415$, déterminer un encadrement décimal de $h(\sqrt{2})$ à 10^{-3} près.
5. Définir la fonction rationnelle $k = \frac{1}{f}$, indiquer son domaine de définition.
6. Calculer $k(\sqrt{3})$.
Vous donnerez le résultat sous forme d'un quotient ayant un dénominateur entier.

II.

Dans un plan affine euclidien (P) muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , on considère les points suivants :

$$A(5; 4) \quad B(2; 1) \quad C(1; -3) \quad I(2; 4).$$

1. Déterminer les coordonnées du point D défini par : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$.
2. Montrer que (A, B, C, D) est un parallélogramme.
Calculer $d(A, B)$; $d(I, A)$; $d(I, B)$.
Quelle est la nature du triangle (I, A, B) ?
3. Soit J le point symétrique de I par rapport à O .
Calculer les coordonnées de J .
Le triangle (D, C, J) est-il un triangle rectangle?
4. Dans le triangle (I, A, B) , calculer le sinus et la tangente de l'angle \widehat{IAB} .
Donner une valeur approchée à un millièmè près.