

🎀 Brevet Bordeaux juin 1978 🎀

Algèbre

Des applications f et g de \mathbb{R} dans \mathbb{R} sont définies par

$$\begin{aligned}f(x) &= (3x-2)(x-1) + x^2 - 1 + 3(1-x)(2x+1), \\g(x) &= (3x-1)^2 - (x-3)^2.\end{aligned}$$

1. Développer, réduire et ordonner, suivant les puissances décroissantes de la variable x , $f(x)$ et $g(x)$.
2. Calculer les images par f des réels

$$-2; \quad -1; \quad -\frac{1}{2}.$$

3. Calculer l'image par g du réel $\sqrt{3}-1$ et sachant que $1,732 < \sqrt{3} < 1,733$, déterminer un encadrement du réel $g(\sqrt{3}-1)$ d'amplitude 0,1.
4. Mettre $f(x)$ et $g(x)$ sous forme de produit de facteurs du premier degré.
5. Résoudre dans \mathbb{R} les équations

$$f(x) = 0 \quad \text{et} \quad g(x) = f(x).$$

6. Soit la fonction rationnelle q définie par

$$q(x) = \frac{8(x^2-1)}{-2(x-1)(x+2)}$$

- a. Déterminer l'ensemble de définition de q .
- b. Simplifier l'écriture de $q(x)$.
- c. Déterminer, s'ils existent, les réels x tels que

$$q(x) = 0; \quad q(x) = 1; \quad q(x) = -\frac{8}{3}.$$

Géométrie

Dans le plan (P) rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , on donne les points A, B et E définis par

$$\vec{OA} = 5\vec{j} \quad ; \quad \vec{OB} = 2\vec{i} - 3\vec{j} \quad \text{et} \quad \vec{OE} = 5\vec{i}$$

1. Déterminer les coordonnées du point D tel que (A, O, B, D) soit un parallélogramme.
2. Soit C le symétrique de B par rapport au point O.
Déterminer les coordonnées de C, puis calculer $d(A, B)$, $d(A, C)$, $d(B, C)$ et en déduire la nature du triangle (A, B, C).
3. Soit R l'image du point B par la translation de vecteur \vec{CA} .
Quelle est la nature du quadruplet (A, C, B, R)?
Montrer que les droites (AB), (OD) et (CR) concourent en un même point.
4. Déterminer les coordonnées du point S tel que $\vec{CA} + \vec{CB} + \vec{CS} = \vec{0}$.