

🌀 Brevet Bordeaux juin 1979 🌀

Algèbre

Exercice 1

On donne les deux fonctions polynômes f et g telles que

$$\begin{aligned}f(x) &= (x^2 + 1)(4 - 3x) - (8x - 6x^2), \\g(x) &= (5 + x)(4 - 3x) + (3x - 4)(x - 4).\end{aligned}$$

1. Mettre $f(x)$ sous la forme $ax^3 + bx^2 + cx + d$ où a, b, c et d sont des nombres.
Calculer $f(0)$ et $f(\sqrt{2})$.
2. Factoriser $f(x)$ et $g(x)$.
3. Soit h la fonction rationnelle définie par

$$h(x) = \frac{(4 - 3x)(x - 1)^2}{9(4 - 3x)}.$$

Quel est l'ensemble de définition de h ?

Simplifier $h(x)$.

4. Résoudre, dans \mathbb{R} , l'équation

$$h(x) = \frac{1}{81}.$$

5. Déterminer l'entier relatif n tel que $f(\sqrt{2})$ appartienne à l'intervalle $[n \times 10^{-2}; (n + 1) \times 10^{-2}]$.
On donne $\sqrt{2} = 1,41421\dots$

Géométrie

Le problème suivant sera illustré par un dessin soigné

Soit (O, \vec{i}, \vec{j}) un repère orthonormé du plan (P) .

On pose $\vec{OI} = \vec{i}$ et $\vec{OJ} = \vec{j}$.

On considère la droite (Δ) de (P) dont une équation est

$$2x - 3y + 9 = 0.$$

1. Quelles sont les coordonnées du point F commun aux droites (Δ) et (OJ) ?
Le point $A(3; 5)$ est-il un élément de (Δ) ?
2. Soit $B(5; 2)$.
Montrer que le cercle \mathcal{C} , de centre B, de rayon BA, est tangent en A à la droite (Δ) .
3. On appelle C le point diamétralement opposé à A sur le cercle \mathcal{C} , et (D) la médiatrice du segment $[AC]$.
Écrire une équation de la droite (D) .
4. Calculer les coordonnées du point H commun aux droites (D) et (OI) .
Vérifier que H appartient au cercle C.
En déduire la nature du triangle (A, H, C) .