Brevet Bordeaux septembre 1980

Algèbre

1. Résoudre, dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$, le système de deux équations du premier degré-à deux inconnues suivant :

$$\left\{\begin{array}{lcl} X+Y+3 & = & 2 \\ X-Y+3 & = & 6. \end{array}\right.$$

2. a, b et c étant trois nombres réels, on considère l'application p, de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ telle que

$$p(x) = ax^2 + bx + c.$$

   Sachant que $p(0) = 3$, quel!e est la valeur de c ?

3. L'application p vérifie également les conditions :

$$p(1) = 2 \qquad \text{et} \qquad p(-1) = 6\,;$$

   Déduire de la question 1. les valeurs respectives de a et de b.

4. Calculer $p\left(\dfrac{2}{3}\right)$, $p\left(\dfrac{-5}{7}\right)$, $p\left(\sqrt{2}\right)$ et $p\left(1+\sqrt{3}\right)$.

5. Donner de $p\left(\sqrt{2}\right)$ une valeur approchée à 10^{-2} près par défaut.

Géométrie

Dans un plan euclidien P muni d'un repère orthonormé $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ on considère les points A, B, C et W de coordonnées respectives :

$$\text{A}(5\,;6), \qquad \text{B}(5\,;2), \qquad \text{C}(1\,;6) \quad \text{et} \quad \text{W}(3\,;4).$$

1. Démontrer que W est le milieu du segment [B, C].
2. Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{\text{AB}}$ et $\overrightarrow{\text{AC}}$.
   Montrer que le triangle (A, B, C) est un triangle rectangle isocèle.
3. Montrer que les points A, B et C appartiennent à un même cercle $\mathscr{C}$ de centre W et dont on précisera le rayon.
4. Soit (D) la droite du plan dont une équation est $y = x - 3$.
   a. Démontrer que B appartient à la droite (D).
   b. Démontrer que les droites (D) et (BC) sont orthogonales.
   c. Que peut-on dire de la position de la droite (D) par rapport au cercle $\mathscr{C}$?
   d. Démontrer que les droites (WA) et (D) sont parallèles.
5. Calculer les coordonnées du point E défini par

$$\text{E} \in \mathscr{C} \cap (\text{WA}), \quad \text{E} \neq \text{A}.$$