A. P. M. E. P.

Brevet des collèges Bordeaux juin 1952

ALGÈBRE

On donne un triangle ABC, rectangle en A, dans lequel

$$\text{AB} = 6 \text{ cm}, \quad \text{BC} = 10 \text{ cm}, \quad \text{CA} = 8 \text{ cm}.$$

Par un point M de l'hypoténuse [BC] on mène la parallèle à (AB), qui coupe (AC) en D, et la parallèle à (AC), qui coupe (AB) en E.

1. Calculer en fonction de BM = x les distances MD et ME.
2. Trouver pour quelle valeur de x on a MD = ME.
   Dire dans ce cas la position particulière de la droite (AM).
3. Représenter sur le même graphique les variations des deux fonctions de x :

   $$y_1 = \text{MD}, \qquad \text{et} \qquad y_2 = \text{ME}$$

   quand le point M décrit seulement le segment [BC], de B vers C.
   Calculer exactement les coordonnées du point commun aux deux courbes représentatives.
4. Trouver pour quelle valeur de x on a

   $$\overline{\text{BM}}^2 = \overline{\text{MO}}^2 + \overline{\text{ME}}^2.$$

GÉOMÉTRIE

Soit un triangle ABC. D'un point D de [AB] on trace la parallèle à (BC), qui coupe (AC) en E, et la parallèle menée de C à (AB) en K.
Enfin (BK) rencontre (AC) en I.

1. Comment doit on choisir le point D sur [AB] (ou sur son prolongement) pour que [BK] soit la bissectrice intérieure de l'angle $\widehat{\text{ABC}}$ du triangle ABC ?
2. Démontrer que si l'on choisit O au milieu de [AB] le segment [IC] a une longueur double de celle du segment [IE].
3. D étant un point quelconque de [AB], comparer les rapports $\dfrac{\text{IC}}{\text{IE}}$, $\dfrac{\text{IA}}{\text{IC}}$ au rapport $\dfrac{\text{IB}}{\text{IK}}$.
   Démontrer que

   $$\overline{\text{IC}}^2 = \text{IE} \times \text{IA}$$