

~ Brevet des collèges Bordeaux juin 1963 ~
 ENSEIGNEMENT LONG ET ENSEIGNEMENT COURT

ALGÈBRE

Le périmètre d'un triangle est 18 cm.

On désigne par x la longueur de l'un des côtés. Les longueurs y et z des deux autres côtés sont proportionnelles à 4 et à 5.

1. L'unité étant le centimètre, calculer y et z par rapport à x .

Réponses : $y = 8 - \frac{4}{9}x$ et $z = 10 - \frac{5}{9}x$.

2. Calculer la somme $y + z$ et la différence $z - y$ et montrer que, pour que le triangle de côtés x , y et z puisse être construit, il faut et il suffit que la valeur de x soit comprise entre 1,8 cm et 9 cm.
3. Construire, rapportées à un même système d'axes, les courbes représentatives des variations des longueurs y et z en fonction de x .
4. Former l'équation du second degré en x qui exprimerait que le triangle est rectangle, z étant la longueur de l'hypoténuse.

Les candidats qui ne sauraient pas résoudre une telle équation vérifieront que 4,5 en est une solution.

Calculer alors y et z .

GÉOMÉTRIE

Trois points, A, B et C, pris dans cet ordre sur une droite (D), sont tels que $AB = 2a$, $BC = a$.

Une droite passant par A coupe respectivement en M et N les perpendiculaires à (D) menées par B et C.

On pose $BM = x$, $CN = y$.

1. Quelle relation simple lie x et y ?
(Cette relation sera utilisée dans la suite du problème; vérifiez-la soigneusement.)

Les trois autres questions peuvent être traitées dans un ordre quelconque.

2. Les triangles ACN et CMN peuvent-ils être semblables?

(Les sommets homologues sont désignés dans le même ordre.)

Par quelle construction géométrique simple préciseriez-vous alors la position du point M?

Calculez x . Calculez y pour que le triangle ABN soit isocèle.

Quelle est alors la valeur de l'angle \widehat{B} de ce triangle?

3. Calculez x pour que $MN = x + y$.

On utilisera le triangle ABM.

$$\left(\text{Réponse : } x = \frac{a\sqrt{6}}{6} \right).$$

Calculez alors MN; vérifiez que $xy = \frac{a^2}{4}$.