Brevet des collèges Bordeaux juin 1973

Algèbre

On définit les applications P et Q de **R** dans **R** par

$$\begin{aligned} P(x) &= (x-2)(x-3)-(2-x)(5-x)-4+x^2 \text{ et}\\ Q(x) &= x^2-4x+4-(x+1)(3x-6). \end{aligned}$$

1. Mettre $P(x)$ et $Q(x)$ sous la forme de produits de polynômes du premier degré.

2. Développer $P(x)$ et $Q(x)$, puis ordonner suivant les puissances décroissantes de x.

3. Calculer les images par P et Q des nombres

$$0,\quad 2,\quad \text{et}\quad \sqrt{2}.$$

4. Résoudre, dans **R**, l'équation $Q(x) = 0$.
Soit $\mathcal{E}$ la partie de l'ensemble **R** privé des racines de $Q(x) = 0$.
On considère l'application f, de $\mathcal{E}$ dans **R**, défini par

$$f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}.$$

Donner une écriture simplifiée de $f(x)$.

5. Calculer $f\left(\sqrt{6}\right)$.

Géométrie

Dans le plan euclidien rapporté au repère orthonormé $\left(\text{O}, \overrightarrow{\text{OI}}, \overrightarrow{\text{OJ}}\right)$, on considère les points

$$\text{A}(4\,;\,-2),\qquad \text{B}(0\,;\,6)\quad \text{et}\quad \text{C}(0,-1).$$

1. Déterminer les composantes des vecteurs $\overrightarrow{\text{AB}}$, $\overrightarrow{\text{AC}}$ et $\overrightarrow{\text{BC}}$.

2. Trouver les normes de ces trois vecteurs; en déduire que le triangle (A, B, C) est rectangle en A.

3. On appelle D le point du plan tel que les bipoints (A, C) et (B, D) soient équipollents.
Calculer les coordonnées du point D.
Quelle est la nature de (A, B, D, C) ?

4. La diagonale [AD] coupe l'axe (O, J) du repère au point E.
Déterminer les coordonnées de E.
Déterminer une équation du premier degré à deux inconnues dont l'ensemble des solutions est représenté par la droite (AE).

5. La droite (AE) coupe l'axe du repère (O, I) en un point G.
Calculer les coordonnées de G.
Calculer la distance des points E et G.