

~ Brevet des collèges Bordeaux juin 1974 ~

ALGÈBRE

On donne les deux applications A et B , de \mathbf{R} dans \mathbf{R} , telles que

$$\begin{aligned}A(x) &= (2x-3)^2 + (4x^2-9) - (2x-3)(x+5), \text{ et} \\B(x) &= (3x-5)(5-2x) - (3x-5)^2.\end{aligned}$$

1. Montrer que A et B sont des fonctions polynômes.
2. Calculer $A(\sqrt{2})$ et donner la valeur approchée par défaut, à 10^{-1} près, du résultat.
3. Factoriser $A(x)$ et $B(x)$.
Résoudre, dans \mathbf{R} , $B(x) = 0$.
4. On donne la fonction rationnelle F , telle que

$$F(x) = \frac{A(x)}{B(x)}.$$

Préciser son ensemble de définition. Simplifier $F(x)$.

5. Quelles sont les images par F des réels suivants : 0, 2 et $\sqrt{2}$?
Donner de $F(\sqrt{2})$ la valeur approchée par défaut à 10^{-3} près.

GÉOMÉTRIE

Le candidat devra illustrer par une figure le problème suivant.

Dans le plan (P) , rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , on donne les points A , B et C définis par leurs coordonnées :

$$A(-2; -3), \quad B(-4; -1) \quad \text{et} \quad C(2; 1).$$

1. Écrire les vecteurs \vec{OA} , \vec{OB} et \vec{OC} sous forme de combinaisons linéaires de \vec{i} et de \vec{j} .
2. Que constate-t-on sur la figure pour le triangle (A, B, C) ?
Démontrer ces propriétés en utilisant les distances AB , AC et BC .
3. On donne les points D et I tels que

$$\vec{OD} = 3\vec{j} \quad \text{et} \quad \vec{OI} = -\vec{i}.$$

Démontrer que les points A , I et D sont alignés.

Quelle est la position de I par rapport à A et D ?

4. Que peut-on dire du quadruplet (A, B, D, C) ?