

🎀 Brevet Bordeaux juin 1976 🎀

Algèbre

On donne l'application f de \mathbb{R} dans \mathbb{R} définie par

$$x \longmapsto f(x) = (3-x)^2 - (2x-5)(3-x) + (2x-6)(x+1)$$

1. Montrer que f est une fonction polynôme de degré 2.
2. Écrire $f(x)$ sous forme d'un produit de deux polynômes du premier degré.
3. On considère la fonction rationnelle F , telle que

$$F(x) = \frac{5x^2 - 21x + 18}{(-5x + 6)(2x + 1)}$$

- a. Déterminer l'ensemble de définition \mathcal{D} , de F .
 - b. Simplifier $F(x)$ et noter $F'(x)$ l'expression simplifiée.
 - c. Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $F(x) = 1$.
 - d. Calculer $F(\sqrt{2})$.
4. a. Construire dans le plan rapporté à un repère (O, \vec{i}, \vec{j}) les représentations graphiques (D_1) et (D_2) des fonctions affines g_1 et g_2 définies par

$$\begin{aligned} g_1: x &\longmapsto g_1(x) = -x + 3 \\ g_2: x &\longmapsto g_2(x) = 2x + 1. \end{aligned}$$

- b. Calculer les coordonnées du point d'intersection M de (D_1) et (D_2) .
Que représente l'abscisse du point M ?
5. Pour quelles valeurs de x a-t-on $F'(x) \geq 0$?

Géométrie

Dans un plan (P) muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , on considère les points A, B et C qui ont pour coordonnées respectives

$$A(-2; 1), \quad B(1; 3) \quad \text{et} \quad C(5; -3).$$

1. Calculer les distances de A à B , de A à C et de B à C .
Quelle est la nature du triangle (A, B, C) ?
2. Si l'on prend $3,60 < \sqrt{13} < 3,61$ et $2,33 < \sqrt{5} < 2,34$ donner un encadrement, à une unité près, du périmètre de ce triangle.
3. Déterminer les coordonnées des points M et N milieux respectifs des côtés $[AC]$ et $[BC]$.
Quelle est l'intersection de la droite (BC) et de l'axe de repère (O, \vec{i}) ?
4. Après avoir déterminé les coordonnées du point Q , intersection de la droite (MN) et de l'axe de repère (O, \vec{j}) , montrer que Q est le symétrique de N par rapport à M .
5. Montrer que le quadruplet (A, B, N, Q) est un carré.