Brevet des collèges Bordeaux juin 1990

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES **12 points**

Les exercices **I**, **II**, **III** sont indépendants.

I Soient les nombres

$A = \dfrac{3}{4} - \dfrac{5}{6} \times \dfrac{3}{2}$; $B = \dfrac{\dfrac{3}{5} - \dfrac{1}{4}}{1 + \dfrac{2}{5}}$; $C = \dfrac{4 \times \left(10^{-2}\right)^3 \times 10^2}{12 \times 10^{-3}}$

1. Calculer A, B et C et donner les résultats sous forme d'une fraction irréductible en indiquant toutes les étapes du calcul.

2. Quels sont parmi les nombres A, B et C ceux qui sont décimaux? Donner alors leur écriture décimale.

II Calculer

$\left(\sqrt{5} - \sqrt{2}\right)\left(\sqrt{5} + \sqrt{2}\right)$; $\left(\sqrt{5} - \sqrt{2}\right)^2$; $\sqrt{13^2 - 12^2}$

III x désignant un nombre réel, on pose

$$f(x) = 25x^2 - 4 - (2x + 3)(5x + 2).$$

1. Factoriser $25x^2 - 4$.

2. Utiliser ce résultat pour factoriser $f(x)$.

3. Résoudre l'équation $(5x + 2)(3x - 5) = 0$.

4. Développer, réduire et ordonner $f(x)$ et calculer $f(x)$ pour $x = 1$ ensuite pour $x = -\sqrt{2}$.

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES **12 points**

Les exercices **I** et **II** sont indépendants.

I - Dans cet exercice, les questions 1., 2. et 3. sont indépendantes.
L'unité utilisée étant le centimètre, on considère le plan rapporté à un repère orthonormal.

1. Placer les points A(4 ; 1) ; B(0 ; 4) ; C(−6 ; −4) et compléter la figure au fur et à mesure des questions.

2. **a.** Calculer les longueurs AB, BC, AC et en déduire que le triangle ABC est rectangle.

b. Trouver les coordonnées du centre I du cercle circonscrit au triangle ABC. Tracer le cercle.

3. Trouver une équation de la droite (AC). Soit H le point de coordonnées (2 ; 0). Montrer que H est situé sur la droite (AC).

II

ABC est un triangle quelconque ; on désigne par H le projeté orthogonal de A sur (BC).

1. Construire les symétriques D et E de H par rapport aux droites (AB) et (AC)

2. Montrer que AE = AH = AD.
   En déduire que le cercle de centre A, de rayon AH contient E et D.
   Montrer que ce cercle est tangent en H à la droite (BE)

PROBLÈME **12 points**

Les questions 2. et 3. sont indépendantes

On considère le cercle $\mathcal{C}$ de centre O, de rayons r ; [SA] un de ses diamètres, M un point quelconque de $\mathcal{C}$ autre que les points A et S, B un point de la demi-droite [SA) tel que :
SB > SA.
La droite perpendiculaire en B à la droite (SB) coupe la droite (SM) en un point qu'on appelle P.

1. **a.** Expliquez pourquoi le triangle MSA est rectangle en M.
   b. En vous plaçant successivement dans les triangles MSA et PSB, exprimez $\cos\widehat{\text{MSA}}$ de deux façons différentes et déduisez-en l'égalité :

   $$\text{SM} \times \text{SP} = \text{SA} \times \text{SB} \text{ en la justifiant.}$$

2. Démontrez que le quadrilatère MPBA est inscriptible dans un cercle , dont vous préciserez le centre O′. On suppose désormais : SM = 3 ; SA = 5 ; SB = 9.
   a. Calculez les longueurs MA, SP et PB. (pour le calcul de SP, vous utiliserez le résultat de la question 1. b.)
   b. Calculez les aires des triangles SPB et SMA puis déduisez-en l'aire du quadrilatère MPBA.
   c. On désigne par H le projeté orthogonal de M sur la droite (SA). Calculer MH.

RÉDACTION ET PRÉSENTATION **4 points**