

œ Brevet Bordeaux septembre 1977 œ

Algèbre

Soient f et g deux fonctions polynômes définies par

$$\begin{aligned}f(x) &= (3x-1)^2 - (2-x)^2 \text{ et} \\g(x) &= (4x-3)^2 + (8x-6)(x-2).\end{aligned}$$

1. Développer, réduire et ordonner suivant les puissances décroissantes de x , $f(x)$ et $g(x)$.
2. Calculer $f\left(\frac{1+\sqrt{2}}{1-\sqrt{1}}\right)$ et déterminer l'entier a tel que

$$a \times 10^{-1} < f\left(\frac{1+\sqrt{2}}{1-\sqrt{1}}\right) < (a+1) \times 10^{-1},$$

sachant que $1,414 < \sqrt{2} < 1,415$.

3. On considère la fonction rationnelle h définie par $h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$.
 - a. Donner l'ensemble de définition de h .
 - b. Simplifier $h(x)$.
4. Résoudre dans \mathbb{R} les équations
 - a. $h(x) = 1$;
 - b. $h(x) = \frac{1}{3}$;
 - c. $h(x) = -1$.

Géométrie

On illustrera le problème par un dessin.

L'unité de longueur est le centimètre.

Dans un plan euclidien P muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) on donne les points

$$A(0; 4), \quad B(3; 2) \quad \text{et} \quad C(4; 2).$$

1. Quelle est la nature du triangle (A, B, C)?
2. Soit D le point du plan tel que les bipoints (A, B) et (C, D) soient équipollents.
Déterminer les coordonnées du point D et préciser la nature du quadruplet (A, B, D, C).
3. Montrer que les points A, B, C et D appartiennent à un même cercle \mathcal{C} dont on précisera le centre K et le rayon r .
4. Soit le point E de coordonnées $(8; a)$ avec a réel.
Trouver a pour que la droite (AE) soit tangente au cercle \mathcal{C} .
Donner alors une équation de la droite (AE).