

## 🌀 Brevet Caen juin 1978 🌀

### Algèbre

On considère la fonction polynôme  $f$  ainsi définie

$$\begin{aligned} f: \mathbb{R} &\rightarrow \mathbb{R}, \\ x &\mapsto x^2 - 49 - 5(x+1)(x-7). \end{aligned}$$

1. Écrire  $f(x)$  sous la forme d'un produit de fonctions polynômes de degré au plus égal à un.
2. Soit  $g$  la fonction rationnelle définie dans  $\mathbb{R}$  par

$$g(x) = \frac{f(x)}{2x^2 - 28x + 98}.$$

- a. Déterminer l'ensemble de définition,  $E$ , de la fonction  $g$ .
- b. Simplifier, dans  $E$ , l'expression de  $g(x)$ .
- c. Résoudre, dans  $E$ , l'équation

$$\frac{-2x+1}{x-7} = 1.$$

3. Dans un plan euclidien  $\mathcal{P}$  rapporté à un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  tracer les droites  $(D_1)$  et  $(D_2)$  d'équations respectives

$$(D_1): 2x + y - 1 = 0, \quad (D_2): x - y - 7 = 0.$$

4. On pose  $\{M\} = (D_1) \cap (D_2)$ .  
Calculer les coordonnées de  $M$ .
5. Calculer les coordonnées du point  $I$ , intersection de  $(D_2)$  avec l'axe des ordonnées.
6. Déterminer l'équation de la droite  $(D_3)$  passant par  $I$  et parallèle à  $(D_1)$ .

### Géométrie

Dans un plan euclidien  $\mathcal{P}$ , on considère un triangle  $(A, B, C)$  rectangle en  $B$  tel que  $d(A, B) = AB = 0,5$  et  $d(B, C) = BC = 1$ .

1. Faire une figure soignée en prenant pour unité de longueur le décimètre.  
Cette figure sera complétée au cours du problème.
2. Calculer  $d(A, C)$ .
3.  $H$  étant le projeté orthogonal de  $B$  sur  $(AC)$ , calculer

$$d(B, H) ; d(A, H) ; d(H, C).$$

4. Soit  $M$  le milieu du segment  $[BC]$  et soit  $H'$  son projeté orthogonal sur la droite  $(AC)$ .  
Démontrer que  $H'$  est le milieu du segment  $[HC]$   
En déduire  $d(H', C)$  et  $d(H', M)$ .  
Que peut-on dire des triangles  $(A, H, B)$  et  $(M, H', C)$ ?
5. Soit  $M_1$  le milieu du segment  $[HB]$ .  
Démontrer que les droites  $(MM_1)$  et  $(HH')$  sont parallèles.  
En déduire la nature du quadruplet  $(H, H', M, M_1)$ .