

œ Brevet des collèges Caen juin 1972 œ
Enseignement long et enseignement court
Mathématiques traditionnelles

ALGÈBRE

On donne les expressions suivantes :

$$\begin{aligned} A &= (4x-1)(-2x-3) - (4x-1)(3x+2) + 16x^2 - 1 \text{ et} \\ B &= (3x+2)^2 - (x-3)^2, \end{aligned}$$

où x est un réel.

1. Écrire A et B sous forme de produits de facteurs du premier degré.
2. Soit la fraction $F = \frac{A}{B}$; pour quelles valeurs de x cette fraction n'est-elle pas définie?
Simplifier F .
3. Dans un repère orthonormé $(x'Ox, y'Oy)$ (le centimètre étant l'unité), construire les droites (D_1) et (D_2) d'équations respectives

$$y_1 = -x - 4 \quad \text{et} \quad y_2 = 2x + 5.$$

Calculer les coordonnées de P , point d'intersection de ces deux droites.

4. (D_1) coupe $y'y$ en M et (D_2) coupe $y'y$ en N .
 - a. Déterminer les coordonnées du point N .
 - b. Déterminer l'équation de la droite (D_3) perpendiculaire à (D_1) et passant par N .
 - c. Déterminer l'équation de la perpendiculaire à $y'y$ passant par P .
 - d. Dédire des questions b. et c. les coordonnées de l'orthocentre, H , du triangle (MNP) .

GÉOMÉTRIE

On considère un cercle (O) de centre O et de rayon R et une corde $[AB]$ de ce cercle, de longueur R .

On appelle H le milieu de cette corde.

Sur le support de (AB) , à l'extérieur du segment $[AB]$, on considère le point C , distinct de B , tel que $AC = R$.

De ce point C on mène la tangente au cercle (O) telle que son point de contact T et le point O soient situés dans le même demi-plan limité par la droite (AB) .

La droite (TO) coupe la droite (AB) en D .

1. Exprimer, en fonction du rayon R , les mesures des segments $[CT]$ et $[OH]$.
2. Montrer que les triangles (CTD) et (OHD) sont semblables.
Calculer le rapport de similitude du triangle (CTD) au triangle (OHD) .
3. Montrer que le quadrilatère $(OHCT)$ est inscritible dans un cercle (O') , dont on précisera le centre O' , et dont on exprimera le rayon, R' , en fonction de R .
4. Exprimer, en fonction de R , la puissance du point A par rapport au cercle (O') .
En déduire la mesure du segment $[O'A]$ en fonction de R .