

## ∞ Brevet d'Études du Premier Cycle ∞

**Caen juin 1955**

### ALGÈBRE

Une somme de 5 francs doit être partagée entre trois personnes proportionnellement aux nombres  $8 - x$  pour la première, 8 pour la seconde,  $8 + x$  pour la troisième,  $x$  étant un nombre positif inférieur à 8.

1. Dire quelle est la part qui revient à chacune d'elles?
2. Construire sur un même graphique les droites représentatives des parts de chaque personne lorsque  $x$  varie (on prendra  $S = 240\,000$  F) et vérifier sur ce graphique que, pour une même valeur de  $x$ , la part de la seconde est la demi-somme des parts des deux autres.
3. On change d'idée et la somme  $S$  est partagée proportionnellement aux nombres 8 pour la première,  $8 + x$  pour la seconde,  $8 + 2x$  pour la troisième.

Calculer la nouvelle part de chacune des trois personnes.

Quelle valeur faudrait-il donner à  $x$  pour que la part de la première obtenue dans le premier partage soit les  $\frac{3}{4}$  de celle qu'elle obtiendrait dans le second.

### GÉOMÉTRIE

On considère deux cercles  $\mathcal{C}$  et  $\mathcal{C}'$  de centres  $O$  et  $O'$ , de rayons respectifs  $R$  et  $\frac{R}{2}$  tangents extérieurement en un point  $A$ .

Soient  $[BC]$  un diamètre quelconque

cercle  $(O)$  et  $[B'C']$  le diamètre du cercle  $\mathcal{C}'$  parallèle à  $[BC]$  et de même sens.

1. Montrer que les points  $B, A, C'$  sont alignés.
2.  $(BB')$  coupe la droite  $(OO')$  en  $S$ .  
Quelle est la position du point  $S$  sur  $[OO']$ ?  
En déduire les valeurs des longueurs  $SO, SO'$  et  $SA$  en fonction de  $R$ .
3. La droite  $(SB')$  coupe le cercle  $\mathcal{C}'$  en  $B'$ , puis en un autre point,  $D$ ; elle coupe le cercle  $\mathcal{C}$  en  $B$ , puis en un autre point,  $E$ .  
Les droites  $(OB)$  et  $(O'D)$  se coupent en  $I$ .  
Montrer que le triangle  $IBO$  est isocèle et qu'il existe un cercle tangent en  $B$  et  $D$  aux deux cercles donnés.  
Existe-t-il un résultat analogue pour les points  $B'$  et  $E$ ?
4. On suppose maintenant que le rayon  $[OB]$  est perpendiculaire à  $[OO']$ .  
Calculer le sinus, le cosinus et la tangente de l'angle  $\widehat{BSO}$ .