

∞ Brevet d'Études du Premier Cycle juin 1956 ∞

Caen

ALGÈBRE

On donne un axe $x'Ox$ et, sur cet axe, deux points A et B tels que $OA = -2$, $OB = 3$ et un point variable M tel que $OM = x$.

1. Calculer \overline{MA} , \overline{MB} et la valeur y du rapport $\frac{\overline{MA}}{\overline{MB}}$.
2. Quelles valeurs prend y pour $x = 2$, pour $x = -5$?
Montrer que, pour $x = \sqrt{2}$, on a $y = -\frac{8+5\sqrt{2}}{7}$.
3. Construire sur le même graphique les droites

$$D_1 \quad y_1 = x + 2, \quad y_2 = x - 3 \quad \text{et} \quad x = -1.$$

4. Pour quelles valeurs de x le rapport $\frac{\overline{MA}}{\overline{MB}}$ est-égal à $-\frac{2}{3}$, à $-\frac{1}{4}$?
Vérifier les résultats trouvés en utilisant le graphique du 3.
5. Trouver l'équation de la droite parallèle à l'axe des abscisses qui coupe l'axe des ordonnées, la droite D_1 et la droite D_2 respectivement en des points P, Q, R tels que Q soit le milieu de [PR].

GÉOMÉTRIE

Soit un triangle ABC rectangle en A et isocèle.

On prend un point P sur [BC] entre B et C puis, par P, on mène la parallèle à (AB), qui coupe (CA) en B' , et la parallèle à (CA), qui coupe (AB) en C' .

1. Quelle est la nature du quadrilatère $PB'AC'$?
Justifiez votre réponse.
Montrer que les points P, B' , A, C' et le milieu M de [BC] se trouvent sur un même cercle, dont on précisera le centre O.
Quand le point P varie, sur quelle ligne se déplace le point O?
2. Montrer que le triangle $MB'C'$ est rectangle isocèle.
On prolonge [AM] d'une longueur MD égale à AM.
Comparer les directions de la droite (DP) et de la médiane du triangle $MB'C'$ issue de M.
En déduire que la droite (DP) est perpendiculaire à $(B'C')$.
3. On désigne par a la longueur du côté [BC] du triangle ABC et l'on suppose que $BP = 3PC$.
Calculer PB' , PC' , $B'C'$ et l'aire du quadrilatère $BCB'C'$ en fonction de a .