

~ Brevet Caen juin 1957 ~

ALGÈBRE

On donne l'expression

$$E(x) = \left(\frac{3}{4}x - \frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{5}{4}x + 1\right)^2.$$

1. Développer l'expression $E(x)$, puis l'écrire sous forme d'un polynôme ordonné.

Calculer la valeur de $E(x)$ pour $x = \frac{1}{4}$ pour $x = -\frac{7}{4}$.

2. Écrire l'expression $E(x)$ sous forme d'un produit de deux facteurs.

Pour quelles valeurs de x s'annule-t-elle?

3. Construire les droites (D_1) et (D_2) représentant graphiquement les fonctions

$$y_1 = 2x + \frac{1}{2}, \quad \text{et} \quad y_2 = -\frac{x}{2} - \frac{3}{2}.$$

(On prendra 2 cm pour représenter une unité sur chaque axe.)

4. Par un point M de l'axe des x on mène la parallèle à l'axe des y , qui rencontre les droites (D_1) et (D_2) en A et B .

Si x_1 désigne l'abscisse de M , évaluer \overline{MA} et \overline{MB} en fonction de x_1 .

Est-il possible de choisir x_1 pour que M soit le milieu de $[AB]$? Vérifier.

GÉOMÉTRIE

On donne deux cercles (O) et (O') , de rayons 4 cm et 3 cm, qui se coupent en A et B , et l'on suppose que l'angle $\widehat{OAO'}$ est droit.

1. Calculer OO' , AB et, M désignant l'intersection de (OO') et de (AB) , calculer OM et $O'M$.

2. La droite (OO') coupe le cercle (O') en C et D .

Par ces points, on mène les tangentes au cercle (O') , qui coupent (OA) en C_1 et D_1 .

Comparer les triangles OCC_1 et ODD_1 au triangle OAO' ?

Calculer CC_1 et DD_1 .

3. Sur la droite (AB) , extérieurement au segment $[AB]$, on prend un point P tel que

$$PA = \frac{5}{3} PB.$$

Calculer, à 1 mm près, PM , PO et PO' .

4. Calculer la valeur des tangentes des angles \widehat{PCM} et \widehat{PDM} et l'aire du quadrilatère $PCAD$.