

♪ Brevet des collèges Caen juin 1966 ♪
 ENSEIGNEMENT LONG ET ENSEIGNEMENT COURT

ALGÈBRE

$A(x)$ et $B(x)$ sont deux polynômes définis comme suit :

$$\begin{aligned} A(x) &= x^2 + x - 6, \\ B(x) &= x^2 - 3x + 2. \end{aligned}$$

1. Calculer leur somme, leur différence, leur produit.
2. On pose $A(x) = C(x) + (x - 2)$ et $B(x) = D(x) + (x - 2)$.

Trouver $C(x)$ et $D(x)$.

Profiter de cette décomposition de $A(x)$ et $B(x)$ pour trouver une des racines de chacune des équations suivantes :

$$A(x) = 0, \quad B(x) = 0, \quad A(x) + B(x) = 0.$$

Résoudre le système suivant :

$$\begin{cases} A(x) = 0, \\ B(x) = 0. \end{cases}$$

3. Soit $G(x) = \frac{A(x)}{B(x)}$.

Mettre $G(x)$ sous la forme d'une fraction plus simple, de la forme $G'(x) = \frac{A'(x)}{B'(x)}$.

Existe-t-il une valeur a de x telle que $G'(x)$ soit définie et que $G(x)$ ne le soit pas?

Dans le cas où x est différent de a , calculer le rapport $\frac{G(x)}{G'(x)}$.

Cas particulier : $x = a$.

4. On pose

$$y_1 = x + 3, \quad y_2 = 1 - x.$$

Représenter graphiquement les variations de y_1 et y_2 en fonction de x (repère orthonormé).

Les images graphiques sont deux droites se coupant en M.

Quelles sont les coordonnées du point M?

Montrer que l'abscisse de M est une racine de l'équation $G(x) = -1$.

GÉOMÉTRIE

Sur un axe orienté, placer l'origine, O, et cinq points déterminés par leurs abscisses : A(+ 5), B(+ 7,5), C(+13), D(+ 17), E(19,5).

Tracer les cercles (O_1) et (O_2) de centre O et passant respectivement par B et C.

Une droite à laquelle appartient le point O coupe les cercles (O_1) et (O_2) en F et G.

1. Montrer que les triangles OFE et OAG, ainsi que OAF et OGE, sont semblables.

En déduire la valeur du rapport $\frac{AG}{FE}$ et la ligne à laquelle appartiennent les points A, F, G et E.

2. *Étude d'un cas particulier* : G' est un point d'intersection de (O_2) avec le cercle de centre A et de rayon AD.

(OG') coupe (O_1) en F' .

Quelles sont les mesures des côtés du triangle OAG' ?

Quelle est la nature de ce triangle ?

Quelle est la longueur du segment $[F'E]$?

Par quels points le cercle de diamètre $[EG']$ passe-t-il ?