

## ∞ Brevet Caen juin 1974 ∞

### Algèbre

Soit  $f$  et  $g$  deux fonctions polynômes définies dans  $\mathbb{R}$  par

$$\begin{aligned}f(x) &= (4x - 3)^2 - (x - 3)^2 \text{ et} \\g(x) &= (5x - 6)(x + 2) - 2(5x - 6) + 25x^2 - 36.\end{aligned}$$

1. Développer, réduire et ordonner  $f(x)$  et  $g(x)$  suivant les puissances décroissantes de  $x$ .
2. Écrire  $f(x)$  et  $g(x)$  sous forme de produits de facteurs du premier degré.
3. On considère la fonction rationnelle  $h$  définie dans  $\mathbb{R}$  par

$$h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}.$$

- a. Déterminer l'ensemble (ou domaine) de définition,  $\mathcal{D}$ , de  $h$ .
- b. Montrer que  $h(x)$  est égale dans  $\mathcal{D}$  à la fonction qui à  $x$  fait correspondre  $\frac{x}{2(x+1)}$ .
- c. Calculer  $h(\sqrt{2})$ .

Donner le résultat sous la forme d'un quotient dont le dénominateur est entier.

4. Résoudre dans  $\mathcal{D}$  l'équation

$$h(x) = \frac{3}{11}.$$

### Géométrie

Dans le plan muni d'un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  placer les trois points définis par leurs coordonnées

$$A(0; 3), \quad B(2; -1) \quad \text{et} \quad C(0; -2).$$

1. Calculer les distances  $d(B, A)$ ,  $d(B, C)$  et  $d(A, C)$ .
2. En déduire que les vecteurs  $\overrightarrow{BA}$  et  $\overrightarrow{BC}$  sont orthogonaux.
3. Placer le point D du plan défini par

$$\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}.$$

- a. Montrer que le quadruplet  $(A, B, C, D)$  est un rectangle.
  - b. En déduire que les quatre points A, B, C et D appartiennent à un même cercle ( $\mathcal{C}$ ).  
Préciser les coordonnées du centre, I, de ce cercle et calculer son rayon, R.
4. Le cercle ( $\mathcal{C}$ ) coupe l'axe des abscisses en deux points M et N, le point M étant le point dont l'abscisse est positive.

Calculer l'abscisse de M dans le repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ , en considérant le triangle rectangle  $(M, O, I)$ .