

∞ Brevet Caen juin 1976 ∞

Exercice 1

Soit f l'application de \mathbb{R} vers \mathbb{R} définie par

$$f(x) = (x-2)^2 + 4(x-2)(2x-1).$$

1. Écrire $f(x)$ sous la forme d'un produit de binômes du premier degré.
2. Développer, réduire et ordonner $f(x)$.
3. Utiliser l'un ou l'autre de ces résultats pour répondre aux questions suivantes :
 - a. Calculer les images par f de $0, \frac{2}{3}, \sqrt{3}$.
 - b. Déterminer l'ensemble des réels ayant pour image 0.
Déterminer l'ensemble des réels ayant pour image 12.
Déterminer l'ensemble des réels ayant pour image -4 .

Exercice 2

Un cycliste s'est rendu d'une ville A à une ville B distantes de 16,2 km.

En cours de route, en raison d'une panne de bicyclette, il a dû poursuivre son chemin à pied.

Il est arrivé à son but 1 h 42 min après son départ.

Il a constaté qu'il a roulé à la vitesse de 21,6 km à l'heure et marché à une vitesse de 4,5 km à l'heure.

1. Quelle distance a-t-il parcourue en 1 minute ?
 - a. à bicyclette ;
 - b. à pied.
2. On désigne par x le temps exprimé en minutes pendant lequel il a roulé à bicyclette.
Exprimer en fonction de x la durée du trajet parcouru à pied, puis les distances parcourues à bicyclette et à pied.
Déterminer le temps x .
3. On suppose maintenant que le temps, en minutes, mis à faire le trajet total est t , et que la panne de bicyclette peut se produire soit au départ, soit au bout d'un temps x , soit à l'arrivée.
Trouver x en fonction de t .
Entre quelles valeurs limites doit être compris le temps t ?

Exercice 3

On donne dans un plan un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

1. Placer les points A, B et C tels que :

$$\vec{OA} = -\vec{i} - 2\vec{j}, \quad \vec{OB} = \vec{i} + 2\vec{j} \quad \text{et} \quad \vec{OC} = -3\vec{i} - \vec{j}$$

et montrer que les points A et B sont symétriques par rapport à O.

2. Calculer la mesure des segments $[AB]$, $[AC]$, $[BC]$ et en déduire la nature du triangle (A, B, C) .
3. Calculer les coordonnées du milieu I du segment $[BC]$, puis les coordonnées du point D symétrique de A par rapport à I .
Montrer que le quadruplet (A, B, D, C) est un rectangle.