

∞ Brevet Caen juin 1977 ∞

Algèbre

Soit les fonctions k , f et g définies respectivement sur \mathbb{R} par

$$\begin{aligned}k(x) &= (8x - 5)^2 - (1 - 3x)^2 \\f(x) &= k(x) + 5x^2 - 4x \\g(x) &= 25x^2 - 40x + 16 + (8 - 10x)(x + 4)\end{aligned}$$

1. Montrer que f et g sont des fonctions polynômes de degré 2.
2. Factoriser $k(x)$ puis $f(x)$ et $g(x)$.
3. Soit q la fonction rationnelle de \mathbb{R} vers \mathbb{R} définie par

$$q(x) = \frac{f(x)}{g(x)}.$$

Déterminer l'ensemble de définition \mathcal{D}_q de cette fonction puis simplifier l'écriture de $q(x)$.

4. Déterminer les images par q des réels $\left(-\frac{3}{4}\right)$ et $\sqrt{3}$.

Donner les réponses sous forme d'un quotient dont le dénominateur est élément de \mathbb{N} .

5. Résoudre dans \mathcal{D}_q l'équation $q(x) = 1$.

Géométrie

Dans un plan muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , placer les points

$$A(-1 ; 6), \quad B(-2 ; 3), \quad C(7 ; 0), \quad D(3 ; -2), \quad E(3 ; 8)$$

1.
 - a. Quelles sont les coordonnées du point F tel que le quadruplet (A, B, C, F) soit un parallélogramme?
 - b. Montrer que (A, B, C, F) est un rectangle.
2.
 - a. Calculer $d(B, D)$, $d(B, E)$, $d(D, E)$.
En déduire la nature du triangle (B, E, D) .
 - b. Montrer que le quadruplet (B, E, F, D) est un carré.
3.
 - a. Montrer que les points A, B, C, D, E, F appartiennent à un même cercle.
 - b. Déterminer les coordonnées du centre I de ce cercle et calculer son rayon.
4. a désigne l'écart angulaire de l'angle géométrique \widehat{ACB} .
 - a. Calculer $\sin a$.
 - b. Donner un encadrement à 10^{-2} près de $\sin a$ sachant que $3,1 < \sqrt{10} < 3,2$.
 - c. À l'aide d'une table trigonométrique, donner un encadrement de a à un degré près.