

∞ Brevet Caen juin 1985 ∞

Algèbre

On considère les expressions :

$$\begin{aligned}f(x) &= (7x-3)(x+2) + (14x^2 - 6x); \\g(x) &= 49x^2 - 42x + 9.\end{aligned}$$

1. Développer et réduire $f(x)$.
2. Calculer $g\left(-\frac{1}{2}\right)$, $g(\sqrt{3})$ et $g(1-\sqrt{2})$.
3. Factoriser $f(x)$ et $g(x)$.
4. Résoudre dans \mathbb{R} les équations :
 - a. $g(x) = 0$;
 - b. $g(x) = 9$;
 - c. $(7x-3)(3x+2) - g(x) = 0$.

Géométrie

Le plan est rapporté au repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

On considère les points

$$A(-3; -2), \quad B(1; 6), \quad C(5; 2).$$

1. Calculer les distances AB, AC et BC.
Que peut-on en conclure pour le triangle (A, B, C)?
2. Trouver une équation de la médiatrice (D) de [BC].
3. Calculer les coordonnées du milieu E de [AB] et du milieu F de [AC].
Montrer que les vecteurs \overrightarrow{EF} et \overrightarrow{BC} sont colinéaires.
4. Soit H l'image de A dans la translation de vecteur \overrightarrow{BC} .
Calculer les coordonnées du point H.
5. Quelle est la nature du quadrilatère ABCH; en déduire les coordonnées du point d'intersection des droites (AC) et (BH).
6. On donne $\overrightarrow{OG} = -7\vec{i} + y\vec{j}$.
Déterminer le réel y pour que les vecteurs \overrightarrow{AG} et \overrightarrow{AC} soient orthogonaux.
7. Démontrer que les points B, C et G appartiennent à un même cercle de centre A.