

∞ Brevet des collèges Caen septembre 1952 ∞

ALGÈBRE

Soit un carré ABCO, de côté 3 cm. On joint le point A à un point M variable du côté [BC], situé entre B et C et l'on pose $BM = x$.

1. Exprimer en fonction de x , l'aire y du triangle ABM et l'aire y' du trapèze AMCD.
Représenter, sur un même graphique, les variations des fonctions y et y' de x .
2. Déterminer, par le calcul, la valeur de x pour laquelle l'aire du trapèze est le double de l'aire du triangle.
Vérifier graphiquement.
3. Calculer, en fonction de x , la tangente de l'angle \widehat{BAM} et la tangente de l'angle \widehat{CDM} .
Montrer que la somme de ces tangentes est constante.

GÉOMÉTRIE

Sur une droite xx' , on donne les points *fixes* A, B, O dans cet ordre.

Par O, on mène la droite yy' perpendiculaire à xx' et l'on prend, sur yy' , un point variable M.

On trace la droite (MB) puis l'on mène par A, la perpendiculaire à (MB) qui coupe yy' en P.

1. Démontrer que les droites (AM) et (PB) sont perpendiculaires et que les triangles OMB et OAP sont semblables.
En déduire que le produit $OP \times OM$ est constant.
2. Montrer que les cercles-de diamètre [MP] passent par deux points fixes situés sur la droite xx' .
3. Le cercle circonscrit au triangle AMP recoupe xx' au point B'.
Démontrer que B' est fixe.
Quel est le lieu du centre du cercle circonscrit au triangle AMP?