

~ Brevet des collèges Caen septembre 1976 ~

**ALGÈBRE**

On considère les applications polynômes  $f$  et  $g$  définies par

$$\begin{aligned} f(x) &= (2x+3)^2 - (2x+3)(x+7), \text{ et} \\ g(x) &= (2x^2-2) - 2x - 2 - x(x+1). \end{aligned}$$

1. Écrire  $f(x)$  et  $g(x)$  sous forme de produits de polynômes du premier degré.
2. Développer, réduire et ordonner  $f(x)$  et  $g(x)$  selon les puissances décroissantes de  $x$ .
3. Calculer  $g\left(\frac{1}{3}\right)$ ,  $g(-1)$ ,  $f(0)$  et  $f(\sqrt{3})$ .

Sachant que  $1,732 < \sqrt{3} < 1,733$  encadrer  $f(\sqrt{3})$  par un intervalle de largeur  $10^{-2}$ .

4. On considère la fonction rationnelle  $q$  ainsi définie

$$q \begin{cases} \mathcal{D}_q & \rightarrow \mathbf{R}, \\ x & \mapsto \frac{f(x)}{g(x)} \end{cases}$$

où  $\mathcal{D}_q$  désigne l'ensemble de définition de  $q$ .

Déterminer  $\mathcal{D}_q$ .

Simplifier dans  $\mathcal{D}_q$ , l'écriture de  $q(x)$ .

On appellera  $q'(x)$  cette écriture simplifiée.

5. Résoudre dans  $\mathcal{D}_q$ ,  $q'(x) = 0$ ,  $q'(x) = 1$  et  $q'(x) = \frac{11}{5}$ .
6. Dans un plan  $(P)$  muni d'un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  construire les droites  $(D_1)$  et  $(D_2)$  qui représentent les fonctions affines définies par

$$h(x) = 2x + 3 \quad \text{et} \quad p(x) = \frac{11}{5}.$$

Calculer les coordonnées du point d'intersection A, des droites  $(D_1)$  et  $(D_2)$ .

**GÉOMÉTRIE**

Dans un plan  $(P)$  muni d'un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ , placer les points A, B et C définis par

$$\vec{OA} = 4\vec{i} + 2\vec{j}, \quad \vec{OB} = 8\vec{i} + 5\vec{j}, \quad \text{et} \quad \vec{OC} = \frac{5}{2}\vec{i} + 4\vec{j}.$$

1. Calculer  $d(A, B)$ ,  $d(B, C)$  et  $d(C, A)$ .  
Montrer que le triangle (A, B, C) est rectangle.

2. Soit le point D défini par  $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB}$ .
  - a. Calculer les coordonnées de D.
  - b. Montrer que (A. B. C. D) est un parallélogramme.
3. Soit E le symétrique de B par rapport à A, F le symétrique de A par rapport à C.
  - a. Calculer les coordonnées des points E et F.
  - b. Donner les coordonnées des vecteurs  $\overrightarrow{FB}$ ,  $\overrightarrow{FE}$  et  $\overrightarrow{EH}$ .
  - c. Montrer que le triangle (E, F, B) est rectangle et isocèle.