

~ Brevet des collèges Caen septembre 1976 ~

ALGÈBRE

On considère les applications polynômes f et g définies par

$$\begin{aligned} f(x) &= (2x+3)^2 - (2x+3)(x+7), \text{ et} \\ g(x) &= (2x^2-2) - 2x - 2 - x(x+1). \end{aligned}$$

1. Écrire $f(x)$ et $g(x)$ sous forme de produits de polynômes du premier degré.
2. Développer, réduire et ordonner $f(x)$ et $g(x)$ selon les puissances décroissantes de x .
3. Calculer $g\left(\frac{1}{3}\right)$, $g(-1)$, $f(0)$ et $f(\sqrt{3})$.

Sachant que $1,732 < \sqrt{3} < 1,733$ encadrer $f(\sqrt{3})$ par un intervalle de largeur 10^{-2} .

4. On considère la fonction rationnelle q ainsi définie

$$q \begin{cases} \mathcal{D}_q & \rightarrow \mathbf{R}, \\ x & \mapsto \frac{f(x)}{g(x)} \end{cases}$$

où \mathcal{D}_q désigne l'ensemble de définition de q .

Déterminer \mathcal{D}_q .

Simplifier dans \mathcal{D}_q , l'écriture de $q(x)$.

On appellera $q'(x)$ cette écriture simplifiée.

5. Résoudre dans \mathcal{D}_q , $q'(x) = 0$, $q'(x) = 1$ et $q'(x) = \frac{11}{5}$.
6. Dans un plan (P) muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) construire les droites (D_1) et (D_2) qui représentent les fonctions affines définies par

$$h(x) = 2x + 3 \quad \text{et} \quad p(x) = \frac{11}{5}.$$

Calculer les coordonnées du point d'intersection A, des droites (D_1) et (D_2) .

GÉOMÉTRIE

Dans un plan (P) muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , placer les points A, B et C définis par

$$\vec{OA} = 4\vec{i} + 2\vec{j}, \quad \vec{OB} = 8\vec{i} + 5\vec{j}, \quad \text{et} \quad \vec{OC} = \frac{5}{2}\vec{i} + 4\vec{j}.$$

1. Calculer $d(A, B)$, $d(B, C)$ et $d(C, A)$.
Montrer que le triangle (A, B, C) est rectangle.

2. Soit le point D défini par $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB}$.
 - a. Calculer les coordonnées de D.
 - b. Montrer que (A, B, C, D) est un parallélogramme.
3. Soit E le symétrique de B par rapport à A, F le symétrique de A par rapport à C.
 - a. Calculer les coordonnées des points E et F.
 - b. Donner les coordonnées des vecteurs \overrightarrow{FB} , \overrightarrow{FE} et \overrightarrow{EH} .
 - c. Montrer que le triangle (E, F, B) est rectangle et isocèle.