

œ Brevet Caen septembre 1978 œ

Algèbre

Exercice 1

On considère les fonctions polynômes f et g ainsi définies :

$$\begin{aligned} f: \mathbb{R} &\rightarrow \mathbb{R} \\ x &\mapsto (3x-7)(2x-3) + (4x-6)(2x+5) \\ g: \mathbb{R} &\rightarrow \mathbb{R} \\ x &\mapsto (5x-8)^2 - (3x-5)^2. \end{aligned}$$

1. Écrire f et g sous la forme d'un produit de fonctions polynômes de degré un.
2. Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $g(x) = 0$.
3. Soit h la fonction rationnelle définie dans \mathbb{R} par :

$$h(x) = \frac{(2x-3)(7x+3)}{g(x)}.$$

- a. Déterminer l'ensemble de définition \mathcal{D} de la fonction h .
- b. Simplifier dans \mathcal{D} , l'expression de $h(x)$.
- c. Calculer $h(\sqrt{3})$ et mettre le résultat sous la forme $a + b\sqrt{3}$ avec $(a; b) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}$.

Exercice 2

Un particulier veut tapisser son salon. Il choisit deux sortes de papier : du papier uni et du papier imprimé. Il faut au total neuf rouleaux.

S'il choisissait quatre rouleaux unis et cinq rouleaux imprimés, la dépense serait de 158 F.

S'il choisissait trois rouleaux unis et six rouleaux imprimés, la dépense serait de 150 F.

Quel est le prix d'un rouleau uni et le prix d'un rouleau imprimé?

Géométrie

Exercice 3

Soit P un plan euclidien et (O, \vec{i}, \vec{j}) un repère orthonormé de P .

I, A, B sont trois points de P définis par :

$$\vec{OI} = 6\vec{i} + 7\vec{j}; \quad \vec{OA} = 4\vec{i} + 9\vec{j}; \quad \vec{OB} = 10\vec{i} + 11\vec{j}.$$

1. Calculer les composantes des vecteurs \vec{IA} , \vec{IB} et \vec{AB} .
En déduire que le triangle (I, A, B) est rectangle.
2. Calculer les coordonnées du point C , symétrique de A par rapport à I .
3. Calculer les coordonnées du point D , tel que (A, B, C, D) soit un parallélogramme.
4. Calculer $d(A, B)$ et $d(B, C)$.
Que peut-on en déduire pour le quadruplet (A, B, C, D) ?
5. Soit α l'écart angulaire de l'angle géométrique \widehat{IAB} .
Calculer $\tan \alpha$ et en déduire, à l'aide d'une table trigonométrique, une valeur approchée à un degré près par défaut de α .