Brevet des collèges Caen juin 1975

I.

Soit les applications polynômes suivantes :

$$\begin{array}{llll} f: & \mathbf{R} \longrightarrow & \mathbf{R} & \\ & x \longmapsto & f(x): & f(x) = (4x-1)^2 - (x+3)^2 \\ g: & \mathbf{R} \longrightarrow \mathbf{R} & & \\ & x \longmapsto & g(x): & g(x) = 25x^2 - 4 - (5x+2)(4x-7) \end{array}$$

1. Transformer $f(x)$ et $g(x)$ en produits de facteurs du premier degré en x.

2. Résoudre dans **R** les équations suivantes :

$$f(x) = 0, \quad g(x) = 0, \quad f(x) = g(x).$$

3. On considère la fonction rationnelle q définie par :

$$\begin{array}{llll} q: & \mathbf{R} \longrightarrow & \mathbf{R} & \\ & x \longmapsto & q(x): & q(x) = \dfrac{f(x)}{g(x)} \end{array}$$

a. Donner l'ensemble de définition E de la fonction q puis simplifier $q(x)$.
Soit $q'(x)$ cette expression simplifiée.
Donner l'ensemble de définition F de la fonction q'.

b. Calculer si possible : $q\left(\dfrac{4}{3}\right)$, puis $q\left(\dfrac{9}{2}\right)$, puis $q\left(-\dfrac{2}{5}\right)$.

c. Résoudre dans E l'équation : $q(x) = \dfrac{5}{8}$.

4. a. Construire dans le plan rapporté à un repère $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ les représentations graphiques D_1 et D_2 des fonctions f_1 et f_2 suivantes :

$$\begin{array}{llll} f: & \mathbf{R} \longrightarrow \mathbf{R} & & \\ & x \longmapsto f_1(x): & f_1(x) = 3x - 4 \\ g: & \mathbf{R} \longrightarrow \mathbf{R} & & \\ & x \longmapsto f_2(x): & f_2(x) = x + 5 \end{array}$$

b. Calculer les coordonnées du point d'intersection M de D_1 avec D_2.

II.

Dans un plan muni d'un repère orthonormé $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$, on donne les points A, B, C, tels que :

$$\begin{array}{lcr} \overrightarrow{\text{OA}} & = & -4\vec{\imath} + 2\vec{\jmath} \\ \overrightarrow{\text{OB}} & = & -\vec{\imath} + 6\vec{\jmath} \\ \overrightarrow{\text{OC}} & = & -\vec{\jmath} \end{array}$$

1. Calculer $d(\text{A, B})$, $d(\text{A, C})$, $d(\text{B, C})$.
2. Montrer que le triangle (A, B, C) est rectangle et isocèle.
3. Calculer les coordonnées du milieu I de (B, C).
4. Soit E le point du plan défini par : $\overrightarrow{\text{AE}} = \overrightarrow{\text{AB}} + \overrightarrow{\text{AC}}$.
   Calculer les coordonnées de E.
5. Démontrer que (A, B, E, C) est un carré.
6. Soit D le point du plan défini par : $\overrightarrow{\text{OD}} = 6\overrightarrow{\jmath}$.
   Calculer le cosinus et la tangente de l'écart angulaire de l'angle géométrique $\widehat{\text{BCD}}$.
   Donner l'écart angulaire de cet angle à un degré près par excès.