

∞ Brevet des collèges Caen septembre 1975 ∞

**Algèbre**

1. On considère l'application :

$$f: \begin{array}{l} \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R} \\ x \mapsto f(x) = (3-2x)(2-x) + 4x(3-2x)(9-4x^2) \end{array}$$

- a. Développer, réduire et ordonner  $f(x)$ .
- b. Mettre  $f(x)$  sous la forme d'un produit de facteurs du premier degré.
- c. Calculer  $f\left(\frac{3}{2}\right)$ ,  $f(0)$ ,  $f(\sqrt{2})$ ,  $f\left(-\frac{1}{2}\right)$ .

Encadrer  $f(\sqrt{2})$  par deux nombres décimaux dont la différence est  $10^{-2}$ .

2. On considère la fonction rationnelle :

$$g: \begin{array}{l} \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R} \\ x \mapsto g(x) = \frac{2x^2 + 5x + 3}{(3-2x)(-3x+1)} \end{array}$$

- a. Déterminer l'ensemble de définition  $\mathcal{E}$  de la fonction  $g$ .
- b. Simplifier  $g(x)$ . Soit  $g'(x)$  cette expression simplifiée.
- c. Calculer si cela est possible :  $g(1)$ ,  $g(3)$ ,  $g\left(\frac{3}{2}\right)$ .
- d. Résoudre dans  $\mathcal{E}$  l'équation :

$$g(x) = 0.$$

3. a. Construire dans le plan rapporté à un repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  les représentations graphiques des fonctions  $f_1$  et  $f_2$  suivantes :

$$f_1: \begin{array}{l} \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R} \\ x \mapsto f_1(x) = x - 1 \end{array} \quad f_2: \begin{array}{l} \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R} \\ x \mapsto f_2(x) = -3x + 1 \end{array}$$

b. Donner l'ensemble des éléments de  $E$  tels que  $g(x) = 1$ .

**Géométrie**

Dans un plan muni d'un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ , on donne les points A, B, C tels que :

$$\vec{OA} = 4\vec{i} + 0,5\vec{j}, \quad \vec{OB} = 6\vec{i} + 2\vec{j}, \quad \vec{OC} = -2\vec{i} - 4\vec{j}.$$

1. a. Calculer les coordonnées des vecteurs  $\vec{AB}$  et  $\vec{AC}$ .
- b. Démontrer que les points A, B et C sont alignés.

2. **a.** Déterminer les coordonnées du milieu M du bipoint (B, C).  
**b.** Soit D le point du plan défini par :

$$\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}.$$

Quel est le milieu du bipoint (O, D)? Justifier la réponse.

3. **a.** Calculer  $d(O, C)$ ,  $d(O, D)$ ,  $d(C, D)$ .  
**b.** Montrer que le triangle (C, O, D) est rectangle et isocèle.  
**c.** Calculer les coordonnées du milieu I du bipoint (C, D).  
4. Démontrer que les droites (MI) et (OC) sont parallèles.  
5. Soit E le point du plan défini par :

$$\overrightarrow{OE} = 6 \overrightarrow{i}.$$

Calculer le cosinus et la tangente de l'écart angulaire de l'angle géométrique  $\widehat{BOE}$ .  
Donner l'écart angulaire de cet angle à un degré près par défaut.