Brevet des collèges Cambodge et Laos juin 1972

ALGÈBRE

1. Décomposer en un produit de deux facteurs du premier degré l'expression

$$x^2 - 4 - (2x+3)(x-2).$$

2. **a.** Pour quelles valeurs de x la fraction rationnelle

$$\frac{x^2 - 4 - (2x+3)(x-1)}{x^2 - 4x + 4}$$

est-elle définie ?

b. Simplifier cette fraction.

c. Trouver pour quelles valeurs de x celle fraction prend la valeur 0 et la valeur 1.

d. Résoudre l'équation

$$x^2 - 4 - (2x+3)(x-1) = x^2 - 4x + 4.$$

Comparer le résultat obtenu avec celui de la question précédente, dans le cas de la valeur 1.

Expliquer.

3. Représenter graphiquement les fonctions

$$y = -1 \quad \text{et} \quad y = x - 2,$$

puis retrouver à l'aide du graphique les résultats de la question 2. c. (Justifier la réponse.)

GÉOMÉTRIE

Soit un triangle quelconque (ABC).

Par le milieu, M de [AB] on mène la parallèle à (BC), qui coupe la bissectrice de l'angle $\widehat{\mathrm{B}}$ en I et le côté [AC] en J.

La droite (AI) coupe (BC) en K.

On signale que le point J peut avoir diverses positions par rapport au segment [MI] ; on demande de raisonner sur une seule figure, où les points I et J sont distincts.

1. Quelle est la nature des triangles (MIB), (AIB) et (ABK) ?

2. Établir l'égalité

$$\text{AI} \cdot \text{BC} = \text{AK} \cdot \text{MJ}.$$

3. On suppose maintenant que $\widehat{\text{AIM}} = 60°$ et l'on désigne la mesure de [AB] par a ; exprimer la longueur des segments [AI], [BK] et [BI], puis l'aire du triangle (ABK), en fonction de a.

4. En supposant toujours $\widehat{\text{AIM}} = 60°$, on construit le cercle de diamètre [AB], qui coupe (BC) en L.

Soit O le point d'intersection de (AL) et de (BI).

Montrer que (KO) est perpendiculaire à (AB) et passe par M.