

∞ Brevet Cameroun juin 1976 ∞

Algèbre

Exercice I

Soit le polynôme P défini dans l'ensemble \mathbb{R} des réels par

$$P(x) = 2(x-2) + (2-x)^3.$$

1. Calculer $P(2)$ et $P(\sqrt{2}+2)$.
2. Mettre le polynôme P sous la forme d'un produit de facteurs du premier degré.
3. Déterminer les sous-ensembles A et B de \mathbb{R} suivants :

$$A = \{x/x \in \mathbb{R}, P(x) = 0\}$$

$$B = \{x/x \in \mathbb{R}, P(x) < 0\}$$

Exercice II

Dans l'ensemble \mathbb{R} des nombres réels, on définit la relation binaire \mathcal{S} par

$$x \mathcal{S} y \iff xy + y + 2 = 0.$$

1. Les propositions suivantes sont-elles vraies :

- a. « $3\mathcal{S} - \frac{1}{2}$ »,
- b. « $-1\mathcal{S} - 1$ »,
- c. « $-3\mathcal{S} - 2$ »,
- d. « $-2\mathcal{S} 3$ », ?

2. Déterminer l'ensemble A suivant :

$$A = \{y/y \in \mathbb{R} - 3\mathcal{S} y\}.$$

3. On considère un nombre réel a distinct de -3 .
Déterminer, en fonction de a l'ensemble E défini par

$$E = \{y/y \in \mathbb{R}, a \mathcal{S} y\}.$$

En déduire que \mathcal{S} est une fonction.

4. Déterminer l'ensemble des nombres réels x tel que $x\mathcal{S}x$.
(On pourra utiliser la question 1. b.)

Géométrie

Soit le plan P rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

On considère les points

$$A(3; 2), \quad B(1; -2) \quad \text{et} \quad C(2; 0)$$

1.
 - a. Déterminer les composantes des vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} .
En déduire que A, B et C sont alignés.
 - b. Déterminer l'équation de la droite (AB).
 - c. On considère le vecteur \overrightarrow{U} de coordonnées (1 ; X).
Déterminer X pour que \overrightarrow{U} soit un vecteur directeur de la droite (AB).
Calculer $\|\overrightarrow{U}\|$.
2.
 - a. Soit (D) la droite d'équation $y = -\frac{1}{2}x + 5$.
Montrer que les droites (D) et (AB) sont orthogonales.
 - b. En déduire l'équation de la droite (D') passant par C et orthogonale à la droite (AB).
 - c. Représenter les droites (AB), (D) et (D') dans le même graphique.
3. On considère la translation T de vecteur

$$\overrightarrow{v} = -2\overrightarrow{i} - \overrightarrow{j}.$$

On note $A_1 = T(A)$, $B_1 = T(B)$ et $C_1 = T(C)$.

- a. Construire A_1 , B_1 , et C_1 et déterminer leur coordonnées.
- b. Montrer que A_1 , B_1 , et C_1 sont alignés.
Donner l'équation de la droite (A_1B_1) et montrer qu'elle est parallèle à la droite (AB).