Brevet Centres étrangers juin 1997

PARTIE NUMÉRIQUE

Exercice 1

Factoriser A et B, développer et réduire C :
$A = (x-1)^2 - (8-x)(x-1)$
$B = x^2 - 26x + 169$
$C = (4x+1)^2 - (5x-2)(3x-1)$

Exercice 2

Résoudre les équations ou inéquation :

1. $x(2x-7) = 0$
2. $4x^2 = 100$
3. $\dfrac{5x+1}{6} > \dfrac{3x-3}{8}$

Exercice 3

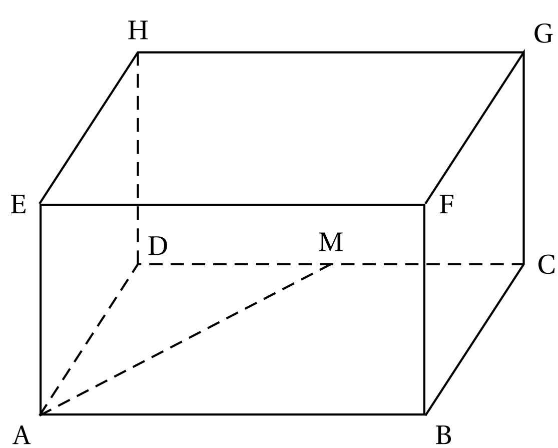
Calculer les nombres suivants (on demande des valeurs exacte les plus simples possibles et non des valeurs approchées) :
$E = \sqrt{16} + \sqrt{9} - \sqrt{25}$
$F = 4\sqrt{2} \times \sqrt{90}$ (en fonction de $\sqrt{5}$)
$G = \left(\sqrt{6} - \sqrt{3}\right)^2$ (en fonction de $\sqrt{2}$)

Exercice 4

Le périmètre d'un rectangle est égal à 36 cm.
Si on triple sa longueur et que l'on double sa largeur, son périmètre augmente de 56 cm.
Déterminer la longueur et la largeur du rectangle.

PARTIE GÉOMÉTRIQUE

Exercice 1

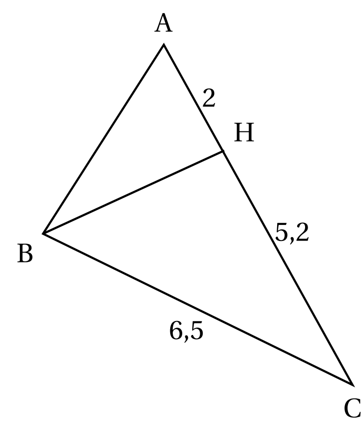


L'unité est le centimètre.
ABCDEFGH est un pavé droit dont les dimensions sont : AB = 8, BC = 6 et EA = 5.
Le point M est le milieu de [DC]

1. Dessiner dans le plan en vraie grandeur le quadrilatère ABCM.
   Démontrer que le quadrilatère ABCM est un trapèze rectangle.
   Calculer son aire en précisant l'unité.
2. On considère la pyramide EABCM de sommet E.
   Quelle est sa hauteur ? (On ne demande pas de justifier la réponse.)
   Calculer le volume de celle pyramide en précisant l'unité.

Exercice 2

On donne le croquis ci-contre qu'on ne demande pas de reproduire.
L'unité est le centimètre.
Le triangle BHC est rectangle en H.
AH = 2 ; HC = 5,2 et BC = 6,5.
Les dimensions ne sont pas respectées sur le croquis.



1. Calculer BH.
2. Calculer $\sin\widehat{HBC}$.
   En déduire la mesure de l'angle $\widehat{HBC}$ (on donnera la valeur arrondie au degré près).
3. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{ABH}$ (on donnera la valeur arrondie au degré près).

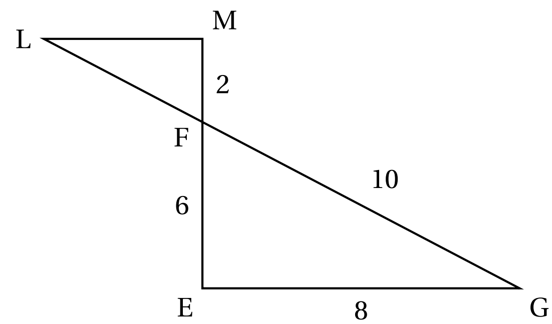
Exercice 3

L'unité est le centimètre.
On donne un triangle ABD tel que AB = 5, AD = 6 et BD = 7.

1. Construire le point E image du point A par la translation de vecteur $\overrightarrow{BD}$.
2. Construire le point F tel que $\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD}$.
3. Montrer que D est le milieu de [EF].

PROBLÈME

L'unité de longueur est le centimètre.
EFG est un triangle tel que EF = 6 EG = 8 FG = 10.
Dans cette première partie, M est le point de la demi-droite [EF) tel que M n'appartient pas au segment [EF] et FM = 2.
La parallèle à la droite (EG), passant par M, coupe la droite (OF) en L selon la figure suivante sur laquelle les dimensions ne sont pas respectées.



1. **a.** Calculer FL et ML. (On donnera chacun des deux résultats sous forme d'une fraction irréductible.)

   b. Calculer le périmètre P_1 du triangle EFO et le périmètre P_2 du triangle FML.

   Démontrer que $P_2 = \frac{1}{3}P_1$ et expliquer ce résultat.

   c. Démontrer que les triangles EFG et FML sont rectangles.

   d. Calculer l'aire $\mathscr{A}_1$ du triangle EFO et l'aire $\mathscr{A}_2$ du triangle FML

   Démontrer que $\mathscr{A}_2 = \frac{1}{9}s\mathscr{A}_1$, et expliquer ce résultat.

2. Dans cette deuxième partie, le point M est toujours sur la demi-droite [EF) et M n'appartient pas au segment [EF]. On pose FM $= x$. La parallèle à la droite (EG) passant par M coupe la droite (OF) en L.

   a. Calculer ML et FL en fonction de x.

   b. Démontrer que le périmètre P_2 du triangle FML exprimé en fonction de x est égal à $4x$.

   c. Pour quelle valeur de x a-t-on $P_1 = P_2$?

   d. Soit (O, I, J) un repère orthogonal tel que OI = 2 et OJ = 0,5.

   e. Représenter graphiquement les fonctions affines définies par

   $f(x) = 4x$ et $g(x) = 24$.

   f. Comment ce graphique permet-il de retrouver les résultats de la question **2. c.** ?