

🌀 Brevet Clermont-Ferrand juin 1980 🌀

Algèbre

On considère les applications f et g de \mathbb{R} dans \mathbb{R} définies par

$$f(x) = 7 - 2x \quad \text{et} \quad g(x) = 3x - 5.$$

1. Calculer $f\left(\frac{1}{2}\right)$, $f\left(-\frac{2}{3}\right)$, $g(6)$ et $g\left(-\frac{7}{3}\right)$.
2. Résoudre l'équation $f(x) = g(x)$.
3. Résoudre l'inéquation $f(x) \leq g(x)$.
4. Soit h l'application de \mathbb{R} dans \mathbb{R} définie par

$$h(x) = (7 - 2x)^2 - 9\left(\frac{4}{3}x - 5\right)^2.$$

- a. Développer, réduire et ordonner $h(x)$.
- b. Écrire $h(x)$ sous forme d'un produit de facteurs du premier degré.
5. a. Construire, dans le plan rapporté à un repère (O, \vec{i}, \vec{j}) orthonormé, les droites (D_1) et (D_2) , représentations graphiques des applications f et g .
b. Quelles sont les coordonnées du point A, intersection de (D_1) et (D_2) ?
c. Soit B le point de (D_1) dont l'ordonnée est -7 . Quelle est son abscisse?
d. Le point C(6; 3) est-il un point de (D_2) ?

Géométrie

Dans un plan euclidien (P) , on considère un triangle (A, B, C) rectangle en C tel que $d(A, C) = AC = 4$ et $d(B, C) = BC = 8$.

On désigne par M le milieu de [BC], N le milieu de [AM] et D le symétrique de C par rapport à N.

1. Construire, avec la règle et le compas, la figure correspondante, en prenant comme unité de longueur le centimètre.
2. Calculer $d(A, B)$.
3. Démontrer que le quadrilatère (C, M, D, A) est un carré,
4. a. Démontrer que les droites (MN) et (BD) sont parallèles.
b. En déduire que le triangle (B, D, C) est un triangle rectangle et isocèle.
c. Calculer $d(D, B)$.
5. Soit E le point d'intersection des droites (MD) et (AB).
Démontrer que E est le milieu de [MD] et de [AB].