Brevet Clermont–Ferrand juin 1982

Algèbre

Exercice 1

f et g sont deux applications. de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ telles que

$$\begin{aligned} f(x) &= (2x+1)^2-(-x+3)^2 \\ g(x) &= x^2-16-(2x+8)(-2x+1). \end{aligned}$$

1. Développer et réduire $f(x)$ et $g(x)$.
2. Quels sont les antécédents de -8 par f ?
3. Soit le réel $a = \dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1}$.
   Écrire a avec un dénominateur entier, puis calculer $f(a)$.
   Sachant que $1,414 < \sqrt{2} < 1,415$, donner un encadre- ment à 10^{-1} près de $f(a)$.
4. Factoriser $f(x)$ et $g(x)$.
5. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation

$$(x+4)(3x-2) = (x+4)(5x-6).$$

Exercice 2

1. Dans un plan muni d'un repère orthonormé $\left(\text{O}, \overrightarrow{\imath}, \overrightarrow{\jmath}\right)$, tracer les droites (D_1) et (D_2) d'équations respectives

$$y = 3x-2 \quad \text{et} \quad y = 5x-6.$$

2. Soit M le point d'intersection de (D_1) et (D_2).
   Calculer· les coordonnées du point M. Vérifier graphiquement le résultat.

Géométrie

Dans le plan muni d'un repère orthonormé $\left(\text{O}, \overrightarrow{\imath}, \overrightarrow{\jmath}\right)$, d'axes $(x'\text{O}x)$ et $(y'\text{O}y)$, on donne les points

$$\text{A}(2\,;\,1), \quad \text{B}(0\,;\,2) \quad \text{et} \quad \text{C}(-1\,;\,0).$$

1. On considère le point D tel que $\overrightarrow{\text{AD}} = \overrightarrow{\text{BC}}$.
   Calculer les coordonnées de D.
   Montrer que le quadrilatère (A, B, C, D) est un carré.
2. On considère le point E symétrique de C par rapport à D.
   Calculer les coordonnées de E et justifier la nature du triangle (A, C, E).

3. Écrire une équation de la droite (AD).
Calculer les coordonnées de F, intersection de (AD) avec $(y'\mathrm{O}y)$.
Montrer que D est le milieu du segment [AF].

4. La perpendiculaire à (AD) en F coupe (AE) en G.
Calculer les coordonnées de G et la distance AG.
(On fera une figure soignée.)