∽ Brevet d'Études du Premier Cycle ∾
Clermont-Ferrand juin 1954

ALGÈBRE

Soient deux axes rectangulaires Ox, et Oy.
On appelle A le point de Ox, tel que $\overline{\text{OA}} = +4$ et B le point de Oy tel que $\overline{\text{OB}} = +3$.

1. Montrer qu'il existe deux positions pour un point C de Ox, telles que le triangle BAC soit un triangle isocèle de sommet A.
Calculer les abscisses des deux points trouvés. (On trouvera un point d'abscisse positive et un point d'abscisse négative.)

2. On appelle C le point d'abscisse négative trouvé dans la première question.
Calculer les coordonnées du milieu I de [BC].
En déduire l'équation de (AI).

3. Déterminer les coordonnées du centre de gravité du triangle BAC.

4. (AI) coupe Oy en H.
Montrer que (CH) est perpendiculaire à (AB).

GÉOMÉTRIE

On divise un demi-cercle de centre O et de diamètre [AB] tel que AB = $2R$ en cinq parties égales par les points C, D, E et F.
On désigne par I le point d'intersection des segments [OC] et [AE].

1. Quelle est la nature des deux triangles AIC et EIO ?
En déduire la relation

$$\text{AE} - \text{AC} = R.$$

2. Comparer les triangles AIO et AOE et montrer que les longueurs AC et AE vérifient la relation

$$\text{AC} \times \text{AE} = R^2.$$

3. On mène de A une tangente [AT) au cercle de diamètre [IE], T désignant le point de contact. de la tangente et du cercle.
En utilisant ce qui précède, montrer que AT = R.
Calculer en fonction de R la distance de A au centre du cercle de diamètre [E,] puis les longueurs AE et AC.

4. De quel polygone régulier inscrit dans le cercle de rayon R, le segment [AC] peut-il être considéré comme le côté ?
Calculer en fonction de R l'apothème de ce polygone.