

## 🌀 Brevet Clermont-Ferrand juin 1957 🌀

### ALGÈBRE

Une auto consomme 8 litres d'essence aux 100 km en plaine et 12 litres d'essence aux 100 km en montagne.

1. Quel est le prix de l'essence consommée par km dans les deux cas si l'essence vaut 80 F le litre?  
Quel est le prix de l'essence consommée dans le trajet ABC, qui comprend une partie [AB] de 50 km en plaine et une partie [BC] de 50 km en montagne?
2. Quel est le prix  $y$  de l'essence consommée dans le trajet  $AM = x$  de la route [AB] lorsque  $x < 50$  km?  
Représentation graphique de  $y$  en fonction de  $x$ .
3. Calculer le prix  $y$  de l'essence consommée dans le trajet  $AM = x$  de la route ABC lorsque  $x > 50$  km.  
Représentation graphique de  $y$  en fonction de  $x$ .  
Les deux graphiques seront tracés avec les mêmes axes de coordonnées et seront limités exactement.

### GÉOMÉTRIE

Soient un cercle de centre  $O$ , de rayon  $R$  et une droite  $(XY)$  extérieure au cercle.

1. On prend un point  $M$  sur  $(XY)$ .  
Tracer avec la règle et le compas les deux tangentes au cercle issues de  $M$ .  
On appellera  $A$  et  $B$  les deux points de contact.
2. Soit  $K$  le pied de la perpendiculaire menée de  $O$  sur  $(XY)$ ; on appelle  $H$  et  $I$  les intersections de  $(AB)$  avec  $OM$  et  $OK$  respectivement.
  - a. En appliquant une relation métrique au triangle  $OAM$ , démontrer que
$$OH \cdot OM = R^2.$$
  - b. Démontrer que les triangles  $OHI$  et  $OMK$  sont semblables; en déduire que
$$OI \cdot OK = R^2.$$
3. On imagine maintenant que le cercle de centre  $O$  et la droite  $(XY)$  sont fixes mais que le point  $M$  est variable sur  $(XY)$ .  
 $MA$  et  $MB$  désignant toujours les tangentes menées de  $M$  au cercle de centre  $O$ , démontrer que la droite  $(AB)$  passe par un point fixe.