~ Brevet d'Études du Premier Cycle ~
Clermont-Ferrand juin 1959

ENSEIGNEMENT LONG

ALGÈBRE

1. On considère l'expression

$$A(x) = (x+3)^2 - (x+3)(x-3) - (4x+21).$$

a. L'expression $A(x)$ est en apparence du second degré.

Expliquer comment on peut voir très rapidement qu'elle est en réalité d'un degré plus faible.

b. Développer l'expression $A(x)$; réduire et ordonner suivant les puissances décroissantes de x.

2. Soit l'expression

$$B(x) = \frac{4x^2 - 9 - 2(2x-3)^2}{2x-3}.$$

a. Mettre le numérateur sous la forme d'un produit de deux facteurs du premier degré.

b. Simplifier la fraction $B(x)$.

3. On considère les deux fonctions

$$y = 2x - 3 \qquad \text{et} \qquad y = -2x + 9.$$

a. Représenter ces deux fonctions sur un même graphique ; en abscisses, comme en ordonnées, l'unité sera représentée par 1 cm.

b. Calculer les coordonnées du point M, intersection des deux droites ainsi obtenues, et vérifier sur le graphique.

N. B. - Les trois parties du problème d'algèbre sont indépendantes.

GÉOMÉTRIE

Un triangle isocèle (AB = AC, AB > BC) est inscrit dans un cercle de centre O.

1. Démontrer que la hauteur [AH] de ce triangle passe par O ; quelle est la forme du triangle AOB ?

2. La droite (BO) recoupe le cercle en D ; la perpendiculaire menée de A à (BD) coupe (BD) en E.

Démontrer que les triangles ABH et ABE sont égaux et que $\widehat{\text{ABH}} = \widehat{\text{BAE}}$.

3. La droite (AE) coupe le prolongement de [BC] en K.

a. Démontrer que le triangle ABK est isocèle et semblable à ABC.

En déduire que

$$\text{BA}^2 = \text{BC} \cdot \text{BK}.$$

b. Utiliser la relation précédente pour démontrer que le cercle circonscrit au triangle ACK est tangent en A à (AB).

Démontrer que son centre se trouve sur la droite (AD).