Brevet d'Études du Premier Cycle
Clermont-Ferrand juin 1960

ENSEIGNEMENT LONG

ALGÈBRE

1. Représenter graphiquement la fonction $y = 3x + 2$.

2. Mettre l'expression $9x^2 - 6x + 4$ sous la forme $(3x - 1)^2 + p$, la lettre p désignant un nombre positif, que l'on calculera.

En déduire que la fraction

$$F(x) = \frac{27x^2 + 8}{9x^2 - 6x + 4}$$

a un sens pour toutes les valeurs de x.

3. Vérifier l'identité

$$a^2 + b^2 = (a + b)\left(a^2 - ab + b^2\right).$$

Utiliser cette identité pour simplifier la fraction $F(x)$; on trouvera une expression du premier degré.

4. Montrer que le graphique tracé à la question 1 permet de trouver sans calcul les valeurs de x pour lesquelles la fraction $F(x)$ est inférieure à 5.

GÉOMÉTRIE

Dans un cercle de centre O on trace deux rayons [OA] et [OB] formant un angle obtus.

1. On trace les tangentes au cercle en A et B ; elles se coupent en M.

a. Démontrer que MA = MB.

b. Démontrer que les angles $\widehat{\text{AOB}}$ et $\widehat{\text{AMB}}$ sont supplémentaires.

2. La droite (AO) coupe la droite (MB) en N.

Démontrer que les triangles NOB et NMA sont semblables et que

$$\text{NB} \cdot \text{NM} = \text{NO} \cdot \text{NA}.$$

3. La bissectrice de l'angle $\widehat{\text{BON}}$ coupe (MN) en I ; le segment [ON] coupe le cercle en C.

a. Démontrer que les triangles BOI et COI sont égaux ; en déduire que (IC) est tangente au cercle.

b. Démontrer que les droites (IC) et (MA) sont parallèles ; en déduire que les triangles NIC et NMA sont semblables et que

$$\frac{\text{IB}}{\text{IN}} = \frac{\text{MB}}{\text{MN}}.$$