Brevet des collèges Clermont-Ferrand juin 1966

ENSEIGNEMENT LONG ET ENSEIGNEMENT COURT

ALGÈBRE

1. Soit le polynôme

$$A(x) = 2(x-3)^2 - x^2 + 9 + (x-3)(x+8).$$

Effectuer les opérations et donner à $A(x)$ la forme d'un polynôme réduit et ordonné.

2. Mettre $A(x)$ sous forme d'un produit de facteurs du premier degré.

3. Soit la fraction

$$F(x) = \frac{2x^2 - 7x + 3}{3x^2 - 27}.$$

a. Simplifier la fraction.

b. Trouver les valeurs numériques de $F(x)$ pour $x = -3$ et pour $x = \frac{1}{2}$.

c. Calculer x pour que cette fraction $F(x)$ soit égale à 1.

4. Représenter, sur un même système d'axes, les fonctions

$$y_1 = 2x - 1 \qquad \text{et} \qquad y_2 = 3x + 9.$$

Retrouver sur le graphique, en expliquant, la solution de la question c. du 3.

GÉOMÉTRIE

On donne un cercle de centre O, de rayon R, un point A extérieur et la droite xy perpendiculaire à (OA) en A.
Soit M un point quelconque variable de xy et les tangentes (MD) et (MC) au cercle (D du même côté que M par rapport à OA).

1. Démontrer que les points M, A, C, O et D sont sur un même cercle, dont on précisera la position du centre, O$'$.

2. La corde [CD] coupe (OA) en B et (OM) en H.
Démontrer la similitude des triangles OHB et OAM.
Établir la relation

$$\text{OB} \cdot \text{OA} = \text{OH} \cdot \text{OM} = R^2.$$

3. Soit K l'orthocentre du triangle MCD.
Montrer que le quadrilatère DOCK est un losange.

4. Dans le cas de figure particulier où OA $= \frac{3R}{2}$ et AM $= 3R$, calculer OM et OH (en fonction de R).