

∞ Brevet des collèges Clermont-Ferrand juin 1968 ∞
ENSEIGNEMENT LONG ET ENSEIGNEMENT COURT

ALGÈBRE

Soit le polynôme

$$A(x) = (2x - 5)(3x - 4) - (2x - 5)(3x - 2) + (4x^2 - 25) \quad (\text{forme n}^\circ 1)$$

1. Factoriser $A(x)$ (forme n° 2).
2. Développer $A(x)$ (forme n° 3).
3. Calculer le plus habilement possible la valeur numérique de $A(x)$ pour :

$$x = \frac{-3}{2}; \quad x = 0; \quad x = \frac{1}{2}; \quad x = \sqrt{5} \quad \text{et} \quad x = -0,01.$$

4. On considère séparément les deux équations

$$\begin{aligned} 2x - 5 &= 0, \\ 2x + 3 &= 0. \end{aligned}$$

- a. Admettent-elles des racines rationnelles positives?
- b. Admettent-elles des racines entières positives?

GÉOMÉTRIE

Dans un triangle ABC isocèle, de sommet A, la médiatrice du côté [AC] rencontre en I la perpendiculaire à (BC) en C.

On construit le cercle (C_1) de centre I et de rayon IA et le cercle (C_2) de centre C et de rayon CA.

1. Montrer que le cercle (C_1) est tangent à (BC) en C.
2. On désigne par D le second point commun aux cercles (C_1) et (C_2) .
Montrer que le quadrilatère CBAD est un parallélogramme.
(On montrera d'abord que A et D sont symétriques par rapport à la droite (CI).)
3. Le cercle (C_1) rencontre (AB) en un second point E.
Montrer que le triangle BCE est isocèle.
On envisagera les trois cas suivants :

$$0 < \widehat{BAC} < 60^\circ, \quad \widehat{BAC} = 60^\circ, \quad 60^\circ < \widehat{BAC} < 180^\circ.$$