Brevet des collèges Clermont-Ferrand juin 1970

ALGÈBRE

On considère l'expression

$$z = x^2 + 6x + 9 - (3x - 4)^2.$$

1. Mettre cette expression sous la forme d'une différence de deux carrés, puis sous la forme d'un produit de deux binômes du premier degré en x.
   En déduire les valeurs de x pour lesquelles on a $z = 0$.
2. Le plan étant rapporté à un repère orthogonal $(\mathrm{O}x,\ \mathrm{O}y)$, construire les droites (L_1) et (L_2) représentatives des variations de chacune des fonctions

$$y_1 = -2x + 7 \quad \text{et} \quad y_2 = 4x - 1.$$

3. Déterminer les coordonnées du point d'intersection, A, des droites (L_1) et (L_2).
   Calculer la valeur de z quand on y remplace x par l'abscisse du point A.
4. Utiliser le graphique précédent pour indiquer, suivant les valeurs données à x, le signe de chacune des expressions $-2x + 7$ et $4x - 1$.
   En déduire l'ensemble des valeurs de x pour lesquelles on a z positif.

GÉOMÉTRIE

On donne un cercle de diamètre [AB] tel que AB = $2R$, de centre O, et le diamètre [CD] perpendiculaire à AB.
Sur la demi-droite [OC) on construit le point E tel que OE = $2R$ et sur la demi-droite [OD) on construit le point F tel que OF = $\dfrac{R}{2}$.
La droite (AE) recoupe le cercle en G et la droite (AF) recoupe le cercle en I.
On trace BG et BI.

1. Démontrer que les triangles AOE et AGB sont semblables.
   Calculer les mesures des segments [AF], [AE], [AG] et [GB].
2. Montrer que le quadrilatère OBIF est inscriptible dans un cercle que l'on précisera.
   Calculer AI et BI.
3. Montrer que le quadrilatère AGBI est un rectangle.
4. Démontrer que (GD), qui coupe (AB) en K, est bissectrice de l'angle $\widehat{\mathrm{AGB}}$ et montrer que

$$\frac{\mathrm{AK}}{\mathrm{BK}} = \frac{1}{2}.$$