Brevet des collèges Clermont-Ferrand juin 1973

Algèbre

Exercice 1

1. Factoriser (mettre sous forme d'un produit de deux polynômes du premier degré) le polynôme
$$P(x) = (3x^2 - 9x) + x^2 - 9.$$
2. Résoudre, dans $\mathbf{R}$, l'équation d'inconnue x
$$P(x) = 0.$$

Exercice 2

On considère l'application f de $\mathbf{R}$ dans $\mathbf{R}$, dans laquelle le réel x a pour image

$$f(x) = -2x + 5.$$

1. Calculer $f(-3)$, $f\left(\dfrac{5}{3}\right)$ et $f\left(\sqrt{3} - \sqrt{2}\right)$.
2. Sachant que $1,41 < \sqrt{2} < 1,42$ et $1,73 < \sqrt{3} < 1,74$, trouver un encadrement des réels
$$2\sqrt{2}, \quad -2\sqrt{3} \quad \text{et} \quad c = -2\sqrt{3} + 2\sqrt{2} + 5.$$
En déduire la valeur approchée de c à 0,1 près par défaut.
3. Calculer le réel x_0 tel que $f(x_0) = 6$.
4. Montrer que les réels $f\left(2\sqrt{2} - 5\right)$ et $f\left(2\sqrt{2}\right) - f(5)$ sont égaux.
D'une façon plus générale, montrer que, quels que soient les réels a et b les réels $f(2a - b)$ et $2f(a) - f(b)$ sont égaux.

Géométrie

Soit un plan (P) rapporté à un repère orthonormé $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.
On considère l'application F de (P) dans (P), dans laquelle le point M de coordonnées $(x ; y)$ a pour image le point M' de coordonnées $\left(x' ; y'\right)$ telles que

$$\left\{\begin{array}{l c l} x' & = & x - 3 \\ y' & = & y - 4. \end{array}\right.$$

1. Trouver les coordonnées de A′ et de B′, images respectives par F des points A(2 ; 3) et B(0 ; 5).
2. On considère les droites (D) et (D') ayant respectivement pour équation, par rapport au repère $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.

$$x + y - 5 = 0 \quad \text{et } x + y + 2 = 0.$$

Vérifier que A et B appartiennent à (D) et que A$'$ et B$'$ appartiennent à (D').

Tracer ces deux droites.

3. Démontrer que, quel que soit le point M de (P), M$'$ désignant son image par F le vecteur $\overrightarrow{\text{MM}'}$ est égal au vecteur $\overrightarrow{V}$ de coordonnées (ou composantes) $(-3\,;-4)$.

Que peut-on en conclure pour l'application F ?

En déduire que l'image de la droite (D) par l'application F est la droite (D').