∽ Brevet Clermont-Ferrand juin 1974 ∾

Algèbre

Exercice 1

Soit f l'application de $\mathbb{R}$ dans v définie par

$$f : x \longmapsto f(x) = 4x^2 - 25 + (2x-5)(2-x).$$

1. Développer $f(x)$, que l'on écrira sous la forme d'un polynôme réduit et ordonné suivant les puissances décroissantes de x.
2. Écrire $f(x)$ sous la forme d'un produit de facteurs du premier degré.
3. Calculer $f(-7)$, $f\left(\dfrac{5}{2}\right)$ et $f\left(\sqrt{3}-1\right)$.
4. Sachant que $1,73 < \sqrt{3} < 1,74$, donner un encadrement des réels $k = \sqrt{3}-1$ et $k' = -36+5\sqrt{3}$.

Exercice II

On considère la fonction rationnelle g définie par

$$\begin{array}{rccc} g : & \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ & x & \longmapsto & g(x) = \dfrac{9x^2-4}{3x-2}. \end{array}$$

1. Donner l'ensemble de définition $\mathscr{E}$ de $g(x)$.
2. Pour x élément de $\mathscr{E}$ écrire $g(x)$ sous une forme plus simple $h(x)$.
3. Tracer, dans un plan rapporté à un repère cartésien $\left(\text{O}, \overrightarrow{\imath}, \overrightarrow{\jmath}\right)$, la représentation graphique de l'application h de $\mathscr{E}$ dans $\mathbb{R}$ ainsi définie

$$x \longmapsto h(x).$$

Géométrie

Dans un plan rapporté à un repère orthonormé $\left(\text{O}, \overrightarrow{\imath}, \overrightarrow{\jmath}\right)$, placer les points A, B et C définis par leurs coordonnées :

$$\text{A}(2\,;4), \quad \text{B}(-1\,;3) \quad \text{et} \quad \text{C}(3\,;1).$$

1. Calculer $d(\text{A, B})$, $d(\text{B, C})$ et $d(\text{C, A})$.
   En déduire que le triangle (A, B, C) est rectangle et isocèle.
   (REMARQUE. - La notation $d(\text{A, B})$ représente la distance des deux points A et B.)
2. Calculer les coordonnées de M milieu du segment [BC] et montrer que les trois points O, M et A sont alignés.
3. Déterminer l'équation de la droite (BC).
4. Calculer les coordonnées du point G tel que

$$\overrightarrow{\text{BG}} = 2\overrightarrow{\text{AM}} + \overrightarrow{\text{BM}}.$$

   En déduire que G est symétrique de M par rapport au point O.