∽ Brevet Clermont–Ferrand juin 1976 ∾

Algèbre

1. Soit la fonction polynôme f de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ définie par

$$f(x) = (5x+1)^2 - (3x-2)^2.$$

a. Écrire $f(x)$ sous la forme d'un polynôme réduit et ordonné.

b. Écrire $f(x)$ sous la forme d'un produit de deux polynômes du premier degré.

2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation

$$\frac{x-3}{5} = \frac{x-5}{3}.$$

3. Soit la fonction polynôme p de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ définie par

$$p(x) = 5x^2 - 2x\sqrt{5}.$$

a. Calculer $p(0)$, puis $p\left(\sqrt{5}\right)$.

b. Calculer $p\left(\sqrt{5}-1\right)$; écrire le résultat sous une forme aussi simple que possible.

c. À partir de l'encadrement suivant : $2,236 < \sqrt{5} < 2,237$, trouver la valeur approchée par défaut. à 10^{-1} près, du réel $p\left(\sqrt{5}-1\right)$.

Géométrie

Faire la figure de chacun des exercices sur une feuille d'examen : ne pas utiliser de papier millimétré.

1. Dans le plan muni d'un repère $\left(\text{O}, \overrightarrow{\imath}, \overrightarrow{\jmath}\right)$, on considère les points

$$\text{A}(1\,;4),\quad \text{B}(3\,;1),\quad \text{C}(-2\,;2)\quad \text{et}\quad \text{D}(2\,;-4).$$

a. Calculer les coordonnées (ou composantes) des vecteurs $\overrightarrow{\text{AB}}$ et $\overrightarrow{\text{CD}}$.

Que peut-on en déduire pour les droites (AB) et (CD) ?

b. Calculer les coordonnées du point E milieu de (C, D).

c. Démontrer que (A, C, E, B) est un parallélogramme.

2. Une unité de distance ayant été choisie dans le plan, on considère le triangle (A, B, C) rectangle en A tel que

$$d(\text{B, C}) = 6\sqrt{2} \quad \text{et} \quad d(\text{A,C}) = 6.$$

a. Calculer d(A, B).

Construire, en vraie grandeur, le triangle (A, B, C), l'unité choisie étant le centimètre.

b. I étant le milieu de (B, C), démontrer que la droite (AI) est la médiatrice du segment [BC].

c. Construire le point A′, image du point A dans la symétrie centrale de centre I.

Démontrer que (A, B, A′, C) est un carré.