∽ Brevet Clermont-Ferrand juin 1988 ∾

Première partie

Exercice 1

On considère l'expression

$$A(x) = \frac{x+2}{x-4}$$

x étant un réel différent de 4.
Calculer $A(x)$ pour $x = -2$, puis pour $x = \frac{2}{3}$.
(Donner les résultats sous forme d'entiers ou de fractions irréductibles)

Exercice 2

On considère, x étant un réel, l'expression :

$$f(x) = 9x^2 - (2x-3)^2.$$

1. Développer et réduire $f(x)$.
2. Écrire $f(x)$ sous forme d'un produit de facteurs du premier degré.

Exercice 3

Sophie a dépensé la moitié de ses économies pour l'achat de livres.
Elle a en plus acheté des boucles d'oreilles qui valent 35 F.
Il lui reste exactement $\frac{1}{3}$ de ses économies.

1. En désignant par x le montant en francs des économies de Sophie, traduire l'énoncé par une équation d'inconnue x.
2. Déterminer le montant des économies de Sophie.

Deuxième partie

Exercice 1

On considère trois points O, I, J tels que

$$\widehat{\text{IOJ}} = 45° ; \quad \text{OI} = 2 ; \quad \text{OJ} = 1$$

(L'unité est le centimètre.)
On pose : $\overrightarrow{\text{OI}} = \overrightarrow{\imath}$ et $\overrightarrow{\text{OJ}} = \overrightarrow{\jmath}$.

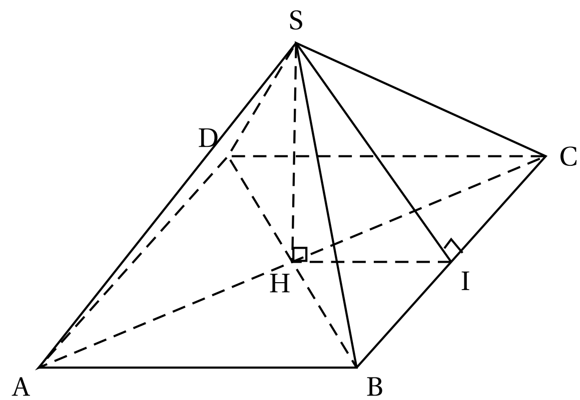
1. Faire la figure, puis placer les points A, B, C, D tels que :

$$\overrightarrow{\text{OA}} = 3\overrightarrow{\imath}, \quad \overrightarrow{\text{OB}} = 5\overrightarrow{\jmath}, \quad \overrightarrow{\text{OC}} = 2\overrightarrow{\imath} + 3\overrightarrow{\jmath}, \quad \overrightarrow{\text{OD}} = 5\overrightarrow{\imath} - 2\overrightarrow{\jmath}.$$

2. Exprimer $\overrightarrow{\text{AB}}$ et $\overrightarrow{\text{OC}}$ en fonction de $\overrightarrow{\imath}$ et $\overrightarrow{\jmath}$.
   Que peut-on en déduire pour le quadrilatère ABCD ?

Exercice 2

La salle de jeux d'une école maternelle est éclairée par un dôme en verre ayant la forme d'une pyramide régulière dont la base est un carré de centre H.
La hauteur [SH] de cette pyramide mesure $1,20$ m et le côté [AB] du carré de base ABCD mesure $1,80$ m.
Les quatre faces latérales, qui sont des triangles isocèles, sont en verre.



On se propose de calculer le prix du verre nécessaire à la construction des quatre faces latérales de ce dôme. (On ne demande pas de refaire la figure.)
On note I le milieu de [BC] ; la longueur du segment [HI] est donc la moitié de celle du segment [AB], soit $0,90$ m.

1. Calculer la longueur en mètres de la hauteur [SI] du triangle SBC. (On admettra que (SH) est perpendiculaire à (HI)).
2. Calculer l'aire en mètres carrés du triangle SBC.
3. Calculer le prix du verre utilisé sachant qu'un mètre carré coûte 395 francs.

Troisième Partie

Le gérant d'un groupe de salles de cinéma propose deux options :
- option A : le client paie 30 F par séance ;
- option B : le client paie un abonnement annuel de 260 F, puis 10 F seulement par séance.

1. Quelle est l'option la plus avantageuse pour un client assistant à neuf séances par an ? (Justifier la réponse.)
2. On désigne par x le nombre de séances auxquelles assiste un spectateur dans l'année, par $f(x)$ sa dépense annuelle en francs s'il a choisi l'option A et par $g(x)$ sa dépense annuelle en francs s'il a choisi l'option B.
   Exprimer $f(x)$ et $g(x)$ en fonction de x.
3. Dans un repère orthogonal, on choisit les unités de la manière suivante :
   - sur l'axe des abscisses 1 cm pour 2 unités.
   - sur l'axe des ordonnées 1 cm pour 50 unités.

Tracer dans ce repère la droite (D) d'équation $y = 30x$ et la droite (Δ) d'équation $y = 10x + 260$.

4. Déterminer par le calcul les coordonnées du point d'intersection de ces deux droites.
Vérifier graphiquement ce résultat.

5. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation

$$10x + 260 \leqslant 30x.$$

(On donnera l'ensemble des solutions sous la forme d'un intervalle de $\mathbb{R}$)

6. Utiliser les résultats précédents pour déterminer l'option la plus avantageuse pour un spectateur, suivant le nombre de séances auxquelles il assiste dans l'année.