∽ Brevet Clermont-Ferrand juin 1989 ∽

Première partie

Les deux parties sont indépendantes

1. Soit $A = \dfrac{2}{3} - \dfrac{5}{2}$ et $\quad B = \dfrac{1}{11} + 2$.

   Calculer A, B, AB, $\dfrac{2-A}{B}$. (On donnera chaque résultat en écriture fractionnaire.)
2. Un restaurateur dispose de 180 carafes, les unes de contenance 50 centilitres, les autres de contenance 75 centilitres.

   Il lui faut 120 litres de Beaujolais pour remplir ces 180 carafes.

   Trouver le nombre de carafes de 50 cl et le nombre de carafes de 75 cl que le restaurateur possède.

Deuxième partie

Les deux exercices sont indépendantes

Exercice 1

Une société de transports propose deux tarifs :

— le tarif A : le voyageur paie 0,80 F par kilomètre parcouru;

— le tarif B : le voyageur achète une carte d'abonnement qu'il paie 100 francs et il paie ensuite 0,40 F par kilomètre parcouru.

1. Calculer le prix payé, en francs, par le voyageur, dans chacun des cas, pour un parcours de 200 km.
2. On désigne par x la distance parcourue en km, par $f(x)$ le prix payé, en francs, correspondant au tarif A, par $g(x)$ le prix payé, en francs, correspondant au tarif B.

   Exprimer $f(x)$ et $g(x)$ en fonction de x.
3. Représenter les droites (D) et (Δ) d'équations respectives

$$y = 0,8x \quad \text{et} \quad y = 100 + 0,4x$$

   dans un repère orthogonal, en choisissant :

   — sur l'axe des abscisses : 1 cm pour 50 unités;

   — sur l'axe des ordonnées : 1 cm pour 20 unités.
4. Utiliser le graphique de la question c. pour déterminer le tarif le plus avantageux pour le voyageur, suivant le nombre de kilomètres parcourus.

Exercice 2

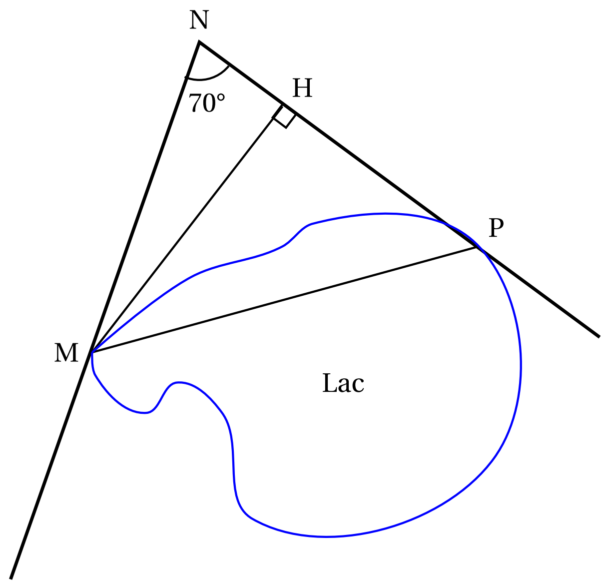
La mesure directe des distances est parfois difficile ou impossible. Par contre, certains appareils permettent la mesure des angles avec une grande précision.

On se propose de déterminer la largeur du lac représenté ci-après, entre le point M et le point P. L'appareil de mesure est placé en un point N et donne $\widehat{MNP} = 70°$; de plus, on a MN = 500 et NP = 400, l'unité de longueur étant le mètre.
On désigne par H le projeté orthogonal de M sur la droite (NP).
On ne demande pas de refaire la figure.

1. En utilisant $\sin\widehat{MNP}$ et $\cos\widehat{MNP}$, calculer les distances MH et NH. (Pour faire ces calculs, on prendra 0,94 comme valeur approchée de $\sin 70°$ et 0,34 comme valeur approchée de $\cos 70°$.)

2. En déduire la distance HP.

3. Calculer MP^2 puis MP (on donnera une valeur approchée entière par défaut de ce dernier résultat).



Troisième partie

Construire un triangle BCD rectangle en B tel que BD = 2 et BC = 6, l'unité étant le centimètre.

1. Calculer DC (on donnera une valeur exacte du résultat).

2. Placer sur la figure le point A symétrique du point D par rapport au point B, puis le point E symétrique du point C par rapport au point B.
Quelle est la nature du quadrilatère ACDE ? Justifier la réponse.

3. **a.** Construire le point F tel que $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{DC}$. (On expliquera la construction.)
Quelle est la nature du quadrilatère AFCD ?

b. Démontrer que $\overrightarrow{EA} = \overrightarrow{AF}$; que représente le point A pour le segment [EF] ?

4. Soit I le point d'intersection des droites (CF) et (DE).

a. Montrer que C est le milieu du segment [IF].

b. Calculer IF et EF.

5. Déterminer le centre et le rayon du cercle circonscrit au triangle ECF.