Brevet Clermont–Ferrand juin 1993

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES

Exercice 1

Écrire sous la forme $a\sqrt{b}$ où a est un entier relatif et b l'entier le plus petit possible :

$$\begin{aligned} A &= 3\sqrt{20} - \sqrt{5} + \sqrt{45} \\ B &= \left(\sqrt{2} - 2\right)\left(\sqrt{2} + 3\right) \end{aligned}$$

Exercice 2

Développer, puis réduire l'expression :

$$F(x) = (3x + 5)^2 - (2x - 3)(2x + 3).$$

Exercice 3

Factoriser l'expression $G(x) = 9x^2 - 6x + 1$.

Exercice 4

Dans un magasin de jouets, on a établi un bilan après la vente de 1 000 voitures de collection. Le tableau ci-dessous donne la répartition de ces voitures suivant leur marque.

Marque	A	B	C	D	E
Nombre de voitures vendues	320	160	100	240	

1. Calculer le nombre de voitures vendues de la marque E.
2. Traduire le tableau par un diagramme semi-circulaire de 10 cm de diamètre.
   On fera figurer sur la copie les calculs des angles au centre associés à chaque marque, (Les résultats seront arrondis au degré.)

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES

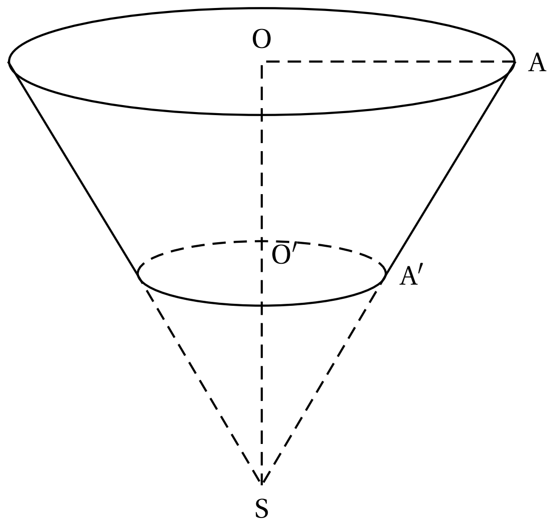
Exercice 1

Dans un plan muni d'un repère orthonormal (O, I, J), d'unité le centimètre, (D) est la droite d'équation y = x + 3.

1. (D) coupe l'axe des abscisses en A et l'axe des ordonnées en B.
   -Calculer les coordonnées de ces deux points.
   Tracer (D). (Utiliser une feuille de papier millimétré.)
2. Placer le point C(-2 ; 4) sur la figure.
   Déterminer l'équation de la droite (OC).
3. Que représente la droite (OC) pour le triangle ABD ? Justifier votre réponse.

Exercice 2

On se propose de calculer le volume d'un seau qui a la forme d'un tronc de cône (voir schéma ci-après). (Ne pas refaire la figure.)
Soit ($\mathscr{C}$) le cône de révolution de sommet S et de base le cercle de centre O et de rayon OA.
Le point O′ est le milieu de [SO].
Le seau est le tronc de cône délimité par la base de ($\mathscr{C}$) et l'intersection de ($\mathscr{C}$) avec le plan passant par O′ et parallèle à la base de ($\mathscr{C}$).
L'unité de longueur est le centimètre.
On a SO = 36 et DA = 20.



1. Déterminer le rayon O′A′ du fond du seau.
   Calculer la valeur exacte en cm^2 de l'aire du fond du seau.
2. Calculer les valeurs exactes en cm^2 du volume du cône ($\mathscr{C}$) et du volume du seau.
   Donner la valeur approchée, arrondie à l'unité, du volume du seau en litres.

PROBLÈME

Soit ($\mathscr{C}$) un cercle de centre O, de rayon 5 cm et de diamètre [AB].
Soit M un point de ($\mathscr{C}$) tel que $\widehat{\text{AOM}} = 6Q°$.
La tangente en M au cercle ($\mathscr{C}$) coupe la droite (AB) en T.

1. Faire une figure.
2. Démontrer que le triangle MTO est rectangle.
3. Calculer les valeurs exactes de OT et de TM. (On pourra utiliser les valeurs exactes suivantes :

$$\begin{aligned} \sin 30° &= \cos 60° = \frac{1}{2}\,; \\ \sin 60° &= \cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}\,; \\ \tan 30° &= \frac{\sqrt{3}}{3}; \qquad \tan 60° = \sqrt{3}) \end{aligned}$$

4. Quelle est la nature du triangle OMA ? (Justifier). Préciser la valeur de MA.
5. Construire sur la figure faite au 1. le point D tel que $\overrightarrow{\text{OD}} = \overrightarrow{\text{MA}}$.
   Pourquoi le point D est-il sur le cercle $(\mathscr{C})$?
6. Démontrer que le quadrilatère AMOD est un losange.
7. Quel est le symétrique de M par rapport à la droite (OT) ?
   Déterminer la nature du triangle TOD.
   Que représente la droite (TD) pour le cercle $(\mathscr{C})$?
   Justifier les réponses.