~ Brevet Clermont-Ferrand juin 1977 ~

Algèbre

Exercice 1

1. Effectuer les produits suivants :

$$\left(3+2\sqrt{2}\right)\left(3-2\sqrt{2}\right), \qquad \left(\sqrt{2}+5\right)\left(3-2\sqrt{2}\right).$$

2. Écrire le réel $\dfrac{\sqrt{2}+5}{3+2\sqrt{2}}$ sans radical au dénominateur et sous une forme aussi simple que possible.
3. Résoudre, dans $\mathbb{R}$, l'équation

$$3\left(x-\sqrt{2}\right)=5-2\sqrt{2}(1+x).$$

4. À partir de l'encadrement : $1414 < \sqrt{2} < 1,415$,trouver une valeur approchée à 10^{-2} près du réel $-7\sqrt{2}+11$.

Exercice 2

Soit les fonctions affines f_1 et f_2 de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$,définies par :

$$f_1(x)=-3x+9 \qquad \text{et} \qquad f_2(x)=-\frac{1}{3}x+\frac{7}{3}.$$

D_1 et D_2 désignent leurs représentations graphiques respectives, dans un plan P, muni d'un repère orthonormé $\left(\text{O}, \overrightarrow{\imath}, \overrightarrow{\jmath}\right)$.

1. Calculer
   a. l'ordonnée du point A de D_2 qui a pour abscisse (-1).
   b. les coordonnées du point B, intersection de D_1 et de l'axe des abscisses;
   c. les coordonnées du point C, intersection de D_1 et D_2.
2. Construire D_1 et D_2 sur la feuille de papier millimétré.
3. Démontrer que le triangle (A, B, C) est rectangle isocèle.
   Construire le cercle circonscrit au triangle (A, B, C).
   On désignera son centre par E.
4. Soit D l'image de C dans la translation de vecteur $\overrightarrow{\text{BA}}$.
   Démontrer que la droite CD est tangente en C au cercle.

Géométrie

Soit un triangle A, B, C, rectangle en A, H la projection orthogonale de A sur la droite BC.
On désigne par :
I et J les milieux respectifs des segments [BH] et [HC],
E le symétrique de A par rapport à I,
D le symétrique de A par rapport à J

1. Démontrer que (B, C, D, E) est un parallélogramme.
2. Démontrer que les droites BC et CD sont orthogonales. Que peut-on en déduire pour (B, C, D, E) ?
3. Les droites AH et DE sont sécantes en K.
   Démontrer que la droite BC est la médiatrice du segment [AK]
4. Démontrer que les droites BK et CK sont orthogonales.