Brevet Élémentaire du Premier Cycle
Clermont-Ferrand octobre 1957

ALGÈBRE

On considère un triangle équilatéral ABC de 10 cm de côté.
Deux points M et N sont variables sur le segment BC de façon que BM = NC, les points étant placés dans l'ordre B, M, N, C.

1. On pose BM = NC = x, l'unité de longueur étant le centimètre.
   Dans quel intervalle peut varier le nombre x ?
2. On construit sur [MN], à l'intérieur du triangle ABC, le triangle équilatéral MNP.
   a. On appelle y le périmètre, en cm, du triangle équilatéral MNP.
   Montrer que $y = 30-6x$, le nombre x variant dans l'intervalle défini à la question 1. le périmètre y est-il une fonction croissante ou un fonction décroissante de x ?
   Représenter graphiquement cette fonction (en abscisse 1 cm représenter 1 cm et, en ordonnée, 1 cm représentera 5 cm).
   b. On appelle z le périmètre, en cm, du quadrilatère ABMP.
   En admettant sans démonstration que AP = $x\sqrt{3}$, montrer que
   $$z = x\left(\sqrt{3}-1\right)+20,$$
   le nombre x variant dans l'intervalle défini à la question 1.; le périmètre z est-il une fonction croissante ou une fonction décroissante de x ?
   Représenter graphiquement cette fonction sur les mêmes axes de coordonnées que pour la fonction précédente.
3. Déterminer la valeur de x pour laquelle le triangle MNP et le quadrilatère ABMP ont des périmètre égaux;
   a. à l'aide du graphique (valeur décimale approchée),
   b. par le calcul (valeur exacte).

GÉOMÉTRIE

Étant donnés un angle $\widehat{XOY}$ et sa bissectrice [OZ) on prend sur la demi-droite [OZ) deux points A et B placés dans cet ordre à partir de O, de sorte que A est entre O et B.

1. Construire (sans explication) la médiatrice de [AB] avec la règle et le compas.
2. On marque sur la partie de cette médiatrice qui est à l'intérieur de l'angle $\widehat{XOZ}$ un point quelconque C; (BC) coupe (OX) en M; (CA) coupe (OY) en N.
   a. Démontrer que les angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{OAX}$ sont égaux.
   b. Démontrer que les triangles OMB et ONA sont semblables.
3. On abaisse la perpendiculaire (AH) sur (OX) et la perpendiculaire (BK) sur (OY). .
   a. Démontrer que $\dfrac{\text{ON}}{\text{OM}} = \dfrac{\text{OA}}{\text{BO}} = \dfrac{\text{AH}}{\text{BK}}$.
   b. Utiliser l'égalité de ces rapports pour démontrer que les triangles OMA et ONB ont des aires égales.