Brevet d'Études du Premier Cycle septembre 1959

Clermont-Ferrand

ALGÈBRE

1. **a.** Calculer les racines carrées approchées de 6 à 0,01 près par défaut et par excès.

   b. Montrer que

   $$\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)^2-\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^2$$

   s'exprime simplement en fonction de $\sqrt{6}$.

   Utiliser les résultats trouvés à la question précédente pour obtenir deux valeurs numériques approchées de cette expression, l'une par défaut, l'autre par excès.

2. Construire un triangle isocèle OAB :

   $$\text{OA} = \text{OB} = 6\text{ cm}\,;\quad \text{AB} = 8\text{ cm}.$$

   On prend sur [OA] un point M entre O et A; par M on mène la parallèle à (AB), qui coupe (OB) en N.

   On pose OM $= x$ (en centimètres).

   a. Montrer que MN $= \dfrac{4x}{3}$.

   b. On appelle y le périmètre du triangle OMN et z celui du trapèze AMNB.

   Montrer que $y = \dfrac{10x}{3}$ et que $z = -\dfrac{2x}{3} + 20$.

   c. Pour quelle valeur de x ces périmètres sont-ils égaux?

   d. y et z sont deux fonctions de x; les représenter graphiquement sur les mêmes axes de coordonnées; l'unité est représentée en abscisses par 1 cm et en ordonnée par 0,5 cm.

   Retrouver le résultat de la question c.

GÉOMÉTRIE

Soit un triangle ABC, tel que AB > AC, inscrit dans un cercle ($\mathscr{C}$) de centre O.
On appelle D le milieu de l'arc $\overset{\frown}{\text{BC}}$ qui ne contient pas le point A.

1. On trace [AD].

   a. Démontrer que AD est la bissectrice de l'angle BAC.

   b. AD coupe BC en M. Démontrer que les triangles ABD et MBD sont semblables; repérer les sommets homologues (sans explications).

2. On trace la tangente en A au cercle ($\mathscr{C}$) ; elle coupe le prolongement de [BC] en P.

   a. Démontrer que $\widehat{\text{BMD}} = \widehat{\text{ABD}} = \widehat{\text{PAD}}$.

   b. Démontrer que le triangle PAM est isocèle.

   c. Démontrer que $\text{PM}^2 = \text{PB}\cdot\text{PC}$.