Brevet des collèges Clermont-Ferrand septembre 1973

ALGÈBRE

Exercice I

On considère l'application f, de $\mathbf{R} \times \mathbf{R}$ dans $\mathbf{R}$ par laquelle le couple $(x~;~y)$ a pour image

$$f(x~;~y) = 4x - 5y + 1.$$

1. Calculer $f(6~;~5)$, $f\left(-\dfrac{2}{5}~;~\dfrac{1}{4}\right)$ et $f\left(\dfrac{1}{1-\sqrt{2}}~;~-2\right)$.
   (On donnera le dernier résultat sans utiliser le symbole $\sqrt{}$ au dénominateur.)
2. On donne l'encadrement $1,414 < \sqrt{2} < 1,415$.
   En déduire un encadrement du réel $a = -4\sqrt{2} + 7$, puis les valeurs approchées de a à $0,01$ près.
3. Résoudre dans $\mathbf{R} \times \mathbf{R}$ le système d'équations, d'inconnue $(x~;~y)$

$$\left\{\begin{array}{lcl} 4x - 5y + 1 &=& 0,\\ 3x + 2y + 18 &=& 0.\end{array}\right.$$

Exercice II

Soit g l'application de $\mathbf{R}$ dans $\mathbf{R}$ définie de la façon suivante :

$$\left\{\begin{array}{lcll} g(x) &=& 2x+1, & \text{si } x \leqslant 1,\\ g(x) &=& x+2 & \text{si } x > 1\end{array}\right.$$

1. Représenter graphiquement la fonction g (affine par intervalles) par rapport à un repère du plan que l'on pourra choisir orthonormé.
2. Résoudre dans $\mathbf{R}$ l'équation d'inconnue x suivante :

$$g(x) = 0.$$

   Montrer comment le graphique précédent permet de contrôler ce résultat.

GÉOMÉTRIE

Dans le plan (P) rapporté à un repère orthonormé $\left(\text{O},~\vec{\imath},~\vec{\jmath}\right)$ placer les points

$$\text{A}(-1~;~-1),\quad \text{B}(1~;~-2),\quad \text{C}(3~;~2)\quad \text{et D milieu de (A, C).}$$

1. Démontrer que le triangle (A, B, C) est rectangle.

2. On considère le point G défini par la relation

$$\overrightarrow{\text{GA}} + \overrightarrow{\text{GB}} + \overrightarrow{\text{GC}} = \overrightarrow{0},$$

($\overrightarrow{0}$ désignant le vecteur nul, élément neutre de l'addition des vecteurs).
$\left(x_{\text{G}}\ ;\ y_{\text{G}}\right)$ désignant le couple de coordonnées de G, exprimer, en fonction de x_{G} et de y_{G} les coordonnées (composantes) des vecteurs $\overrightarrow{\text{GA}}$, $\overrightarrow{\text{GB}}$, $\overrightarrow{\text{GC}}$ et $\overrightarrow{\text{GA}} + \overrightarrow{\text{GB}} + \overrightarrow{\text{GC}}$.
En déduire la valeur des réels x_{G} et y_{G}.

3. Déterminer de la même façon les coordonnées du point K défini par la relation

$$\overrightarrow{\text{KA}} - \overrightarrow{\text{KB}} + \overrightarrow{\text{KC}} = \overrightarrow{0}.$$

4. Démontrer que les points B, G, K et D sont alignés.

5. Démontrer que D est le milieu de (B, K) ; en déduire que (A, B, C, K) est un rectangle.