

∞ Brevet des collèges Clermont–Ferrand septembre 1974 ∞

**ALGÈBRE**

On considère les fonctions polynômes  $f$  et  $g$  définies dans  $\mathbf{R}$  par, respectivement,

$$\begin{aligned} f : x &\longmapsto f(x) = (3x + 1)(3x - 2) + 9x^2 - 1 \\ g : x &\longmapsto g(x) = (4x + 5)^2 - (2x - 3)^2 \end{aligned}$$

1. Mettre  $f(x)$  et  $g(x)$  sous la forme d'un produit de polynômes du premier degré.
2. Développer, réduire et ordonner  $f(x)$  et  $g(x)$  suivant les puissances décroissantes de  $x$ .
3. Calculer les images par  $f$  puis par  $g$  des réels suivants : 0, -1.
4. Soit la fonction rationnelle  $h$  définie par

$$h : x \longmapsto h(x) = \frac{3(3x + 1)(2x - 1)}{4(3x + 1)(x + 4)}.$$

- a. Quel est le domaine de définition  $E$  (ou d'existence) de  $h$ ?
- b. Pour  $x$  élément de  $E$ , simplifier  $h(x)$ .  
On obtient alors une nouvelle expression que l'on notera  $h'(x)$ .
- c. Calculer  $h'(\sqrt{10})$  et exprimer ce nombre réel sous forme d'un quotient dont le dénominateur est un rationnel.
- d. Donner une valeur approchée de  $h'(\sqrt{10})$  à 0,01 près défaut sachant que  $3,16 < \sqrt{10} < 3,17$ .

**GÉOMÉTRIE**

$(\omega, \vec{i}, \vec{j})$  étant un repère orthonormé du plan, placer les points A, B, D définis par leurs coordonnées

$$A(2; -1), \quad B(-1; 2), \quad D(7; 1).$$

1. Montrer que C (4; 4) est le transformé de B par la translation de vecteur  $\overrightarrow{AD}$ .
2. Démontrer que (A, B, C, D) est un parallélogramme.  
Quel sont les coordonnées de son centre K?
3. Calculer les coordonnées du milieu M de [DC].  
En déduire les coordonnées du point E sachant que M est le milieu de [AE].  
Que peut-on dire de la nature du quadrilatère (A, D, E, C)?
4. Démontrer que le triangle (C, M, A) est rectangle en M.  
En déduire que (A, D, E, C) est un losange.
5. Démontrer que les points (B, C, E) sont alignés et que  $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{2} \overrightarrow{BE}$ .