

🌀 Brevet Clermont-Ferrand septembre 1979 🌀

ALGÈBRE

On considère les applications f et g , de \mathbb{R} dans \mathbb{R} , définies par

$$f(x) = 4 - 3x \quad \text{et} \quad g(x) = 5x - 2.$$

1. Quels sont les réels qui ont une image par la fonction rationnelle h définie par

$$h(x) = \frac{g(x)}{f(x)}.$$

2. Calculer $h(0)$ et $h(1)$.

3. Résoudre, dans \mathbb{R} , les équations suivantes :

$$(1) \quad g(x) + f(x) = 0 \quad ; \quad (2) \quad g(x) \times f(x) = 0.$$

4. Résoudre, dans \mathbb{R} , chacune des deux inéquations :

$$(3) \quad 4 - 3x \geq 0 \quad ; \quad (4) \quad x - 2 > 0.$$

En déduire l'ensemble S des solutions communes aux inéquations (3) et (4) (système d'inéquations).

5. Exprimer $h(\sqrt{3})$ sous la forme d'un quotient dont le dénominateur est un entier.

Sachant que $1,732 < \sqrt{3} < 1,733$, trouver une valeur approchée, à 10^{-2} près (un centième près), de $h(\sqrt{3})$.

GÉOMÉTRIE

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , on donne les points A et B de coordonnées respectives A(0; 5) et B(5; 0).

1. Calculer les coordonnées du vecteur \overrightarrow{AB} et déterminer la distance $d(A, B)$.

Les points A et B appartiennent-ils à la droite d'équation $y = -x + 5$?

2. On considère les points C(10; -5) et D(0; -5).

a. Démontrer que la droite (AB) passe par C.

b. Démontrer que les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{BD} sont orthogonaux.

3. Le point E est le point de coordonnées (-5; 0).

a. Que peut-on dire des vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{ED} ?; des distances $d(A, B)$ et $d(B, D)$?

b. Utiliser méthodiquement les résultats obtenus dans les questions précédentes pour préciser la nature du quadruplet (A, B, D, E) (quadrilatère ABDE).

c. Aurait-on pu trouver ce résultat sans calcul, à l'aide de propriétés de géométrie? Comment?

4. Démontrer que les quatre points A, B, D et E appartiennent à un même cercle dont on précisera le centre et la mesure du rayon.

Démontrer que la droite (CD) est tangente à ce cercle.